



GOBIERNO DEL  
ESTADO DE MÉXICO



---

## TECNOLÓGICO DE ESTUDIOS SUPERIORES HUIXQUILUCAN

### DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UNA PLATAFORMA DE ROBOTS MÓVILES DE CONFIGURACIÓN (2,0) PARA TAREAS COOPERATIVAS

#### QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE ING.MECATRÓNICA

PRESENTA:  
Sánchez Rodríguez Laura

Asesor: Dr. Enrique García Trinidad

Revisores: Mtro. Jesús Martínez Martínez

Mtro. Cesar Felipe Juárez Carrillo

Ing. Francisco Flores Álvarez

Huixquilucan, Estado de México, Noviembre 2019.

"2019. Año del Centésimo Aniversario Luctuoso de Emiliano Zapata Salazar. El Caudillo del Sur".

Huixquilucan, México;  
a 29 de octubre de 2019

Asunto: Aceptación de trabajo final de titulación.

**LIC. MARTHA YOATZIN ANDA RUBALCAVA**  
**JEFA DEL DEPARTAMENTO DE DESARROLLO**  
**ACADÉMICO Y TITULACIÓN**  
**PRESENTE.**

Por este medio nos permitimos comunicarle, que la C. **Laura Sánchez Rodríguez** con número de matrícula **13090500**, de la carrera de **Ingeniería Mecatrónica** y de acuerdo con la opción I. Tesis, presento para su revisión el trabajo titulado "**Diseño y construcción de una plataforma de robots móviles de configuración (2,0) para tareas cooperativas**", el cual cumplió con los requisitos establecidos, por lo que solicitamos de la manera más atenta se le autorice el continuar con los trámites necesarios para su titulación.

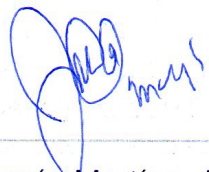
Sin más por el momento reciba un cordial saludo.

**A T E N T A M E N T E**

LA COMISIÓN REVISORA



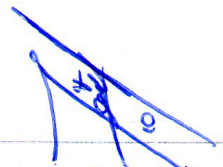
Dr. Enrique García Trinidad



M. en I. Jesús Martínez Martínez



M. en I. Cesar Felipe Juárez Carillo



Ing. Francisco Flores Álvarez

C.c.p. M. en I. Jesús Martínez Martínez.  
Dr. Enrique García Trinidad.  
M. en I. Cesar Felipe Juárez Carillo.  
Ing. Francisco Flores Álvarez.

Jefe de División de Ingeniería Mecatrónica.  
Docente del Programa Educativo de Ingeniería Mecatrónica.  
Docente del Programa Educativo de Ingeniería Mecatrónica.  
Docente del Programa Educativo de Ingeniería Mecatrónica.

**SECRETARÍA DE EDUCACIÓN**  
Subsecretaría de Educación Superior y Normal  
Dirección General de Educación Superior  
Tecnológico de Estudios Superiores de Huixquilucan



"2019. Año del Centésimo Aniversario Luctuoso de Emiliano Zapata Salazar. El Caudillo del Sur".

Huixquilucan, Estado de México a 07 de noviembre de 2019  
DAyT-0638/2019


Asunto: Autorización para la impresión  
del trabajo de Titulación.

**C. LAURA SÁNCHEZ RODRÍGUEZ**  
**EGRESADA DE LA CARRERA**  
**DE ING. MECATRÓNICA**  
**MATRÍCULA 13090500**  
**P R E S E N T E**

La que suscribe, Coordinadora del Departamento De Desarrollo Académico y Titulación, por este conducto se le autoriza la impresión de su trabajo de Titulación por la opción **I. Tesis**, con el tema titulado "**Diseño y construcción de una plataforma de robots móviles de configuración (2,0) para tareas cooperativas**". Así mismo, le informo que deberá entregar a este departamento siete ejemplares impresos.

Sin otro particular, reciba un cordial saludo.

**A T E N T A M E N T E**

  
**LIC. MARTHA YOATZIN ANDA RUBALCAVA**  
**JEFA DEL DEPARTAMENTO DE**  
**DESARROLLO ACADÉMICO Y**  
**TITULACIÓN**



C.c.p Archivo

Secretaría de Educación  
Subsecretaría de Educación Superior y Normal  
Dirección General de Educación Superior  
Tecnológico de Estudios Superiores de Huixquilucan

# Índice general

Agradecimientos	VIII
Resumen	IX
Abstract	x
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Marco histórico . . . . .	1
1.2. Estado del arte . . . . .	4
1.2.1. Locomoción por patas . . . . .	4
1.2.2. Locomoción con ruedas . . . . .	5
1.2.3. Locomoción de oruga . . . . .	5
1.2.4. Robots móviles . . . . .	5
1.2.5. Robots móviles cooperativos . . . . .	7
1.3. Planteamiento del problema . . . . .	12
1.4. Objetivo general . . . . .	13
1.5. Objetivos particulares. . . . .	13
1.6. Justificación . . . . .	13
1.7. Estructura de la tesis. . . . .	14



<b>2. Modelos matemáticos del sistema</b>	<b>15</b>
2.1. Cinemática directa . . . . .	15
2.2. Cinemática inversa . . . . .	21
2.3. Modelo dinámico . . . . .	22
2.3.1. Modelo dinámico (gravedad, coriolis e inercia) . . . . .	24
2.4. Inercia del robot móvil . . . . .	25
2.5. Rectángulos (agujeros) . . . . .	27
2.6. Modelo matemático motor DC. . . . .	28
2.7. Algoritmo de búsqueda A* . . . . .	29
<b>3. Sistema electrónico</b>	<b>32</b>
3.1. Conexión de los dispositivos . . . . .	32
<b>4. Sistema mecánico</b>	<b>36</b>
4.1. Torque requerido por cada motor para vencer la fuerza de fricción . . . . .	36
4.2. Diseño del robot móvil (2,0) en SolidWorks. . . . .	40
4.3. Componentes electrónicos . . . . .	41
4.3.1. Arduino Uno . . . . .	42
4.3.2. Driver Puente H L298N . . . . .	42
4.3.3. IMU 6050 . . . . .	42
4.3.4. Motorreductor . . . . .	44
<b>5. Interfaz.</b>	<b>45</b>
5.1. Señales adquiridas por Arduino Uno. . . . .	45
5.2. Interfaz en LabVIEW . . . . .	45

---

<b>6. Simulaciones y resultados</b>	<b>49</b>
6.1. Modelo de cinemática directa . . . . .	49
6.2. Modelo de cinemática inversa . . . . .	52
6.2.1. Modelo dinámico . . . . .	54
6.2.2. Simulación de cooperatividad . . . . .	56
<b>Conclusiones</b>	<b>58</b>
6.3. Trabajo a futuro . . . . .	58
<b>Apéndices</b>	<b>59</b>
<b>A1. Cinemática Inversa</b>	<b>59</b>
<b>A2. Código de A* algoritmo</b>	<b>62</b>
<b>A3. Código de Arduino</b>	<b>66</b>
<b>A4. Código de simulación de cooperatividad</b>	<b>67</b>
<b>A5. Cronograma de actividades</b>	<b>69</b>
<b>Referencias</b>	<b>71</b>

# Índice de figuras

1.1. Pianista . . . . .	2
1.2. Unimate . . . . .	3
1.3. Tipos de locomoción, [1]. . . . .	4
1.4. Robot omnidireccional, [2]. . . . .	6
1.5. Pioneer P3-DX, [3]. . . . .	6
1.6. Robot móvil E-puck, [4]. . . . .	7
1.7. Robot móvil Drive de Amazon, [5]. . . . .	11
1.8. Robots móviles mensajeros de la empresa STO Express, [6]. . . . .	12
2.1. Diagrama del robot móvil, [7]. . . . .	16
2.2. Diagrama de fuerzas y velocidades, [7]. . . . .	17
2.3. Diagrama dinámico del robot móvil. . . . .	23
2.4. Diagrama de Modelo dinámico. . . . .	24
2.5. Medidas de una base en forma de círculo . . . . .	25
2.6. Dimensión de los agujeros en la placa. . . . .	27
2.7. Agujeros de la placa . . . . .	27
2.8. Simulación de trayectoria con A*. . . . .	30
3.1. Conexión de la IMU-6050 al Arduino Uno, [8]. . . . .	32
3.2. Ejes Yaw, Roll y Pitch, [8]. . . . .	32



3.3. Diagrama de conexión. . . . .	35
4.1. Diagrama de cuerpo libre de la llanta. . . . .	37
4.2. Fuerzas sobre el vehículo. . . . .	38
4.3. Fuerzas sobre cada rueda. . . . .	40
4.4. Vista frontal del robot móvil. . . . .	41
4.5. Vista lateral del robot móvil. . . . .	41
4.6. Vista aérea del robot móvil. . . . .	42
4.7. Modelo DRV-L298N, [9]. . . . .	43
4.8. Unidad de medición inercial 60-50 (IMU), [10]. . . . .	43
4.9. Paralelo al suelo y giro de 90°, [10]. . . . .	43
4.10. Motorreductor de plástico perpendicular y eje extendido, [11]. . . . .	44
5.1. Programa en ejecución . . . . .	45
5.2. Interfaz de LabVIEW. . . . .	46
5.3. Selección unitaria de las posiciones. . . . .	47
5.4. Asignación de posiciones. . . . .	47
5.5. Lectura de la IMU y de las coordenadas. . . . .	47
6.1. Modelo cinemático directo. . . . .	50
6.2. Subsistema. . . . .	50
6.3. Comportamiento en un plano X,Y. . . . .	51
6.4. Comportamiento de $X, Y, \theta$ . . . . .	51
6.5. Comportamiento en un plano X-Y, $\omega_d > \omega_i$ . . . . .	52
6.6. Comportamiento de $X, Y, \theta$ . . . . .	52
6.7. Diagrama de bloques. . . . .	53
6.8. Diagrama de bloques, subsistema. . . . .	53

---

6.9. Diagrama de bloques, modelo dinámico. . . . .	55
6.10. Subsistema, modelo dinámico. . . . .	55
6.11. Simulación de robots móviles líder y seguidores. . . . .	57
6.12. Cronograma . . . . .	70

# Índice de cuadros

3.1. Tabla de conexiones del puente H con los motores. . . . .	33
3.2. Tabla de conexiones de los componentes. . . . .	34
4.1. Tabla de peso de los componentes. . . . .	36



# Agradecimientos

En primera instancia agradezco a mis padres, aquellas dos personas que me dieron la oportunidad de tener una educación académica y demostrándoles con esta tesis que sus esfuerzos no han sido en vano, el camino no ha sido sencillo pero gracias a ellos con el apoyo y el ánimo he logrado dar un gran paso a mi vida, éste es uno de los primeros logros que les dedico, la cual se ha logrado gracias a la educación que me han inculcado, con esto les demuestro que son unos excelentes padres que me han enseñado el camino correcto de la vida, no dejar de luchar por mis sueños y que nada es imposible. LOS AMO.

Cabe mencionar a cada uno de mis formadores, personas de gran sabiduría, que en el transcurso de mi carrera me han ayudado a aprender cosas poniéndolas en práctica, de cada uno de ellos siempre se aprenderá algo nuevo y nunca faltaran las anécdotas en las que te aconsejan para la preparación de vida a futuro, pero sobre todo agradezco a mis asesores que me fueron instruyendo con sus conocimientos y dedicación para que se pueda concluir esta tesis, y durante el camino me enseñaron que nada es fácil pero siempre hay una solución para todo, el principio sera muy difícil, con problemas y tropiezos pero al final siempre vendrán las recomendaciones. GRACIAS DOCTORES.

Y por último pero no menos importante quiero agradecerle a mis amigos, los cuales estuvieron conmigo durante la carrera que experimentamos todo tipo de cosas las experiencias que te llevas cuando estudias la carrera reír, llorar, gritar, correr, hasta perder el sentido, pero demostrando cuál es el valor verdadero de la amistad, sin descuidar la escuela, en la cual si tenia dudas apoyaban o viceversa, agradeciendo en especial a los que me ayudaron con mis dudas para el desarrollo de la tesis y a mi querido hermano que me apoyo con su sabiduría para poder llevarla a cabo. GRACIAS CHICOS.

# Resumen

En el presente trabajo se desarrolla un robot móvil de configuración (2,0), desarrollando su cinemática directa e inversa y su modelo dinámico. También se diseña la parte mecánica, electrónica y su interfaz en LabVIEW. Un segundo robot móvil virtual es desarrollado tomando en cuenta los mismos principios de diseño que su contraparte física. A este robot se le implementa un algoritmo de búsqueda A\*. La cooperatividad es representada cuando al robot virtual se le colocan obstáculos, resuelve la trayectoria evitando información acerca de la trayectoria para ser ejecutada por éste, utilizando sus actuadores. Con los estudio desarrollados en este trabajo es posible el desarrollar de aplicaciones en áreas como, transporte, vigilancia, exploración, entre otras.

# Abstract

The main aim of this dissertation is to study how robots can cooperate by combining advantages from a virtual and a physical robot. An A\* search algorithm has been implemented on a virtual robot to ensure the shortest path in real-life situations by avoiding obstacles. A real (2,0) mobile robot has been designed focusing on direct and inverse kinematics and approaching a dynamic model for simulation purposes. Path information is sent from the virtual robot to the real one, then the mobile robot moves along the desired path.



# Capítulo 1

## Introducción

En el presente documento se desarrolla una plataforma de robots móviles de configuración (2,0) para tareas cooperativas utilizando la teoría de modelado cinemático, directo e inverso. Se obtiene la dinámica del sistema y las simulaciones gráficas de los modelos matemáticos. Así mismo, se realizan dos simulaciones demostrando diferentes tipos de cooperatividad de los robots móviles, una es respecto a la velocidad angular y lineal, la última es referente al algoritmo de búsqueda A\*, que es realizada en MATLAB, en donde un robot virtual hace un recorrido, el mas corto hasta llegar a su meta y un robot físico la reproduce, con ayuda de la interfaz realizada en labVIEW, estableciendo una realización de cooperatividad.

### 1.1. Marco histórico

En [12], se menciona que el deseo humano por construir artefactos semejantes a nosotros se ha hecho presente en la humanidad desde hace muchos siglos. En el antiguo Egipto se hablaba de enormes estatuas que eran dioses y reyes capaces de realizar acciones insólitas para la época.

En el siglo I d.C. nace Herón de Alejandría, quien fue un ingeniero y matemático griego, que fue muy reconocido en Alejandría, uno de sus libros llamado *Autómata*, habla de como fueron los mecanismos en esa época.

Autómata proviene del griego *autómatas*, como se menciona en [12], que significa espontáneo o con movimiento propio por lo que en el libro se puede observar diseños de juguetes y aves capaces de moverse por sí solos gracias a aspas de molino y circuitos de agua en ebullición.

Al-Jazari era un gran científico, de nacionalidad turca, y muy reconocido por su obra “*El libro del conocimiento de los ingeniosos mecanismos*”, como se menciona en [13]. En [14] se menciona que construyó autómatas musicales impulsados por agua, con aplicaciones en la cocina y también fue un importante constructor de relojes de agua.

Los autómatas, que se pueden observar en la Figura 1.1, eran capaces de realizar movimientos propios como los seres humanos, algunos de ellos podían mover los ojos, fingir que escribían o dibujar, realizando poses para fingir que piensan mientras realizan alguna actividad como dibujar o tocar piano.



Figura 1.1: Pianista, [15].

En 1920 el escritor Capek introduce por primera vez el término robot en su obra *R.U.R. “Rossums Universal Robots”*, como se menciona en [16], nombre de la empresa ficticia que crea y comercializa los robots, cuyo origen data de la palabra checa “*robotaâ*” (entendimiento), que se define como un trabajo forzado o de carácter feudal.

Mas adelante el escritor Asimov menciona en [12], que introdujo la palabra robótica en su obra literaria, “*I, Robot*”, junto con un conjunto de normas, haciendo alusión al propósito general que todo robot debe actuar siempre en beneficio de la humanidad.

Hoy en día la idea que se tiene sobre la palabra robot es “un mecanismo que puede ser programado para realizar algunas tareas de manipulación o locomoción automático”. Y de la palabra robótica, se tiene el concepto que “es el conjunto de conocimientos teóricos y prácticos los cuales se pueden automatizar basándose en estructuras mecánicas”.

En 1961 es instalado el primer robot industrial llamado Unimate, mostrado en la Figura 1.2, este robot fue instalado en una línea de montaje de General Motors, como se menciona en [14]. Tres años después se inicia la implementación de robots en la industria automovilística en Europa, a la que Japón se suma en 1968.

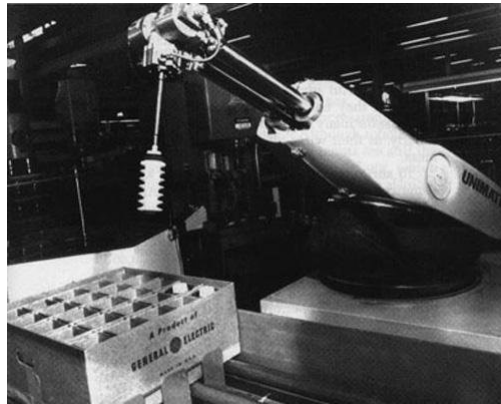


Figura 1.2: Robot Unimate, [17]

En [18], se menciona que durante los años 80s hay diferentes proyectos de robots móviles para distintos usos y desarrollados por diferentes países. Sin embargo, en 1990 John Engelberger, conocido como el padre de los brazos robóticos, trabaja para lanzar los primeros robots en movimiento para el medio industrial. A partir de ese momento este tipo de robots movibles van cobrando fuerza en distintas áreas, como por ejemplo la investigación.

A partir del año 2000 en adelante, la fiebre de los robots móviles es contagiada a todo el mundo como se menciona en [18], ya no sólo son para investigación, misiones espaciales, en volcanes, en el fondo del mar o fábricas. El sistema de percepción de un robot móvil, como menciona en [19], tiene un triple objetivo, permitir una navegación segura, detectar obstáculos y situaciones peligrosas en general.

Actualmente la robótica móvil, como se menciona en [20], resulta ser un tema de investigación muy amplio, para esto se requiere de la aplicación de conocimientos y técnicas como: física, matemáticas, mecánica, electrónica, control automático y computación.

Poco a poco con el paso del tiempo los robots móviles han cambiando, así mismo adaptándolos al ambiente en el que ejerce sus tareas, siendo así que los robots móviles llegan a clasificarse. Debido a las necesidades humanas, se han realizado sistemas de robots cooperativos, ya que estos pueden manejar tareas que son difíciles para ser realizado por un robot individual. Un equipo de robots puede proporcionar y contribuir cooperativamente.

El campo de la robótica móvil cooperativa, hoy en día sigue siendo lo suficientemente nuevo como para que ninguna área temática pueda ser ignorada.

En su lugar, en [21], se mencionan áreas temáticas que han generado niveles significativos de estudio. Las siete áreas temáticas principales de los sistemas multi-robot se pueden clasificar como: biológicas, comunicación y arquitecturas, tareas, localización, mapeo y exploración, transporte y manipulación de objetos, coordinación, robots reconfigurables.

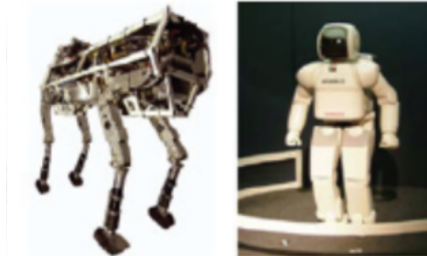


## 1.2. Estado del arte

El sistema de locomoción, como se menciona en [22], es una de las primeras características de un robot que esta condicionada por su entorno. Los tres medios principales de movimiento son: (a) ruedas , (b) por patas y (c) por orugas, mostradas en la Figura 1.3.



(a) Robot de ruedas



(b) Robot de patas



(c) Robot de oruga

Figura 1.3: Tipos de locomoción, [1].

### 1.2.1. Locomoción por patas

Los robots con patas, como se menciona en [23], se pueden desplazar por terrenos irregulares donde los robots con ruedas no pueden circular. Los robots trepadores, pueden ascender por paredes verticales. El principal inconveniente de este tipo de robots es la mayor complejidad mecánica y de los algoritmos de control.

### 1.2.2. Locomoción con ruedas

En [24], menciona que los sistemas de locomoción con ruedas, deben proporcionar tracción y estabilidad para que el robot pueda maniobrar sobre el terreno que se desee, por su simplicidad, son los más utilizados en aplicaciones que requieren el desplazamiento por terrenos duros. Además, en algunos casos se pueden desarrollar velocidades relativamente altas y la estabilidad del robot se puede garantizar con un mínimo de tres ruedas.

Dentro de los atributos más relevantes de los robots móviles con ruedas, como se menciona en [19], normalmente son menos complejas en comparación con los robots de patas y de orugas, lo que permite que su construcción sea más sencilla.

### 1.2.3. Locomoción de oruga

Como menciona en [25], desde el punto de vista cinemático, esta configuración puede considerarse como una variante de la tracción diferencial. Es decir, los giros se realizan mediante el deslizamiento del robot sobre el suelo al girar una cinta más rápido que la otra o al girar en sentidos opuestos.

### 1.2.4. Robots móviles

En [1], se menciona que un robot móvil se define como un sistema electromecánico capaz de desplazarse de manera autónoma sin estar sujeto físicamente a un solo punto. Poseen sensores que permiten monitorear a cada momento su posición relativa a su punto de origen y a su punto de destino. Normalmente su control es en lazo cerrado.

Con respecto a los robots móviles, según Gomez Bravo en [26], menciona que tienen como objetivo emular lo más fielmente posible el comportamiento de los mismos, permitiendo la interacción y/o alteración de los elementos de control a través de la instrumentación y la programación de algoritmos.

Es importante saber que los robots móviles a diferencia de los estacionarios, como se menciona en [27], son capaces de desplazarse en su entorno mediante un sistema de locomoción. En [28], comenta varias ideas del uso de estos robots, se encuentran la reducción de costo a la hora de realizar una tarea o misión, la eficiencia energética y el mejoramiento en desempeño, entre otros.

Durante el transcurso de los años se han diseñado y estructurado diferentes tipos de robots móviles como por ejemplo:

El omnidireccional, como el que se muestra en la Figura 1.4, se usa para describir la capacidad de un sistema para moverse, como menciona en [29], este se puede desplazar instantáneamente en cualquier dirección desde algunas configuración.

El movimiento omnidireccional como se explica en [30], solo puede efectuarse mediante la instalación de dos ejes, uno vertical y otro horizontal respecto a la superficie de desplazamiento. Mientras que el desplazamiento en el eje se debe al acomodo de los rodillos sobre la periferia de la rueda, cuyos ejes forman un ángulo de 90 grados respecto al eje de giro de la rueda.



Figura 1.4: Robot omnidireccional, [2].

Otro robot móvil es el Pioneer 3-DX en [31], explica que es un pequeño robot ligero de dos ruedas con motor diferencial, como se muestra en la Figura 1.5, tiene un microcontrolador con firmware ARCOS y el paquete de desarrollo de software de robótica móvil avanzada. Los robots de investigación de Pioneer son los robots móviles inteligentes más populares del mundo para educación e investigación.



Figura 1.5: Pioneer 3-DX, [3].

E-puck como se menciona en [32], es el último mini robot móvil desarrollado en el Instituto Federal de Tecnología de Suiza en Lausana, que se muestra en la Figura 1.6, es creado para fines de enseñanza. Ya en uso en muchos institutos de investigación y educación, E-puck es alimentado por un procesador DSPIC y presenta una gran cantidad de sensores en su configuración estándar (proximidad IR, sonido, acelerómetro, cámara).

En [4], menciona que está bien soportado por el software de simulación Webots que proporciona modelos de simulación, control remoto y facilidades de compilación cruzada. Cuando se realiza una compilación cruzada, el robot se puede programar en C, mientras que la sesión de control remoto permite el uso de todos los idiomas compatibles con Webots.



Figura 1.6: Robot móvil E-puck, [4].

### 1.2.5. Robots móviles cooperativos

La cooperatividad de los robots móviles se encarga de la transportación de los objetos, vigilancia y/o búsqueda, entre otras, también entra en la reducción de tiempos realizando un trabajo efectivo, así mismo demostraran lo eficaces que son.

En [33], se menciona de manera general, las principales ventajas de los robots móviles cooperativos, son:

- Capaces de resolver tareas complejas al dividir la tarea global en otras más sencillas.
- Robustos y tolerantes a fallos.
- Flexibles y escalables. Pueden estar formados con robots de diferentes capacidades, y pueden ser tolerantes a cambios en el número de integrantes del equipo.

El manejo de la robótica móvil ha representado una innovadora evolución en las últimas décadas. Conforme al paso de los años las tareas son más complejas, algunos ejemplos pueden ser; el transporte de carga, exploración de ambientes de difícil acceso para el ser humano, manipulación de elementos contaminantes, entre otros. En muchas ocasiones estas tareas

requieren de la cooperación de robots móviles, como se menciona en [34]. De esta manera se busca ejecutar comportamientos complejos que con un único robot no serían posibles de realizar.

Algunos autores ya han trabajado con la idea de sistemas de robots cooperativos. Sergio García *et al* en [35], menciona que para el dominio de los robots móviles se usan algoritmos de coordinación basados en la estrategia líder seguidores. En [36], menciona que la robótica cooperativa se divide en dos tipos, el primero es el trabajo realizado por robots estáticos que desarrollan procesos de manufactura para crear diferentes tipos de objetos o productos, el segundo tipo es conocido por los trabajos grupales desarrollados por robots móviles, ya que hoy en día lo que mas es desarrollado es mantener una formación con ellos, mientras los robots móviles son desplazados de un lado a otro.

Los autores Luis Montoya *et al* en [37], colocaron tres robots en un espacio controlado con ciertos obstáculos, donde cada robot sea capaz de llevar una carga en una trayectoria determinada. Cada robot es autónomo y puede solicitar ayuda de uno o más robots dependiendo de la carga, hasta llegar a su destino.

Como menciona en [21], hay áreas temáticas que han generado niveles significativos de estudio. Las siete áreas temáticas principales de los sistemas multi-robot se pueden clasificar como: Inspiraciones biológicas, comunicación, arquitecturas, asignación de tareas y control, localización, mapeo y exploración, transporte y manipulación de objetos, coordinación y robots reconfigurables.

- Inspiraciones biológicas.

El trabajo en robótica móvil cooperativa comenzó después de la introducción del nuevo paradigma basado en el comportamiento. Dado que el comportamiento de robótica móvil está apoyado en inspiraciones biológicas, investigadores de robótica cooperativa lo han encontrado instructivo para examinar las características sociales de insectos y animales, como se menciona en [38].

- Comunicación.

Varios investigadores han estudiado el efecto de comunicación en el rendimiento de grupos de robots cooperativos, en una variedad de tareas, y han concluido que la comunicación provee ciertos beneficios para tipos particulares de tareas. La comunicación en pequeñas cantidades de información puede llevar un gran beneficio, [38].

- Arquitectura y planeación de tareas.

Esta área de investigación aborda los temas de selección de acción, delegación de autoridad y control, la estructura de comunicación, heterogeneidad contra homogeneidad de robots, conseguir coherencia entre acciones locales, solución de conflictos y otros temas relacionados, [38].

- Localización, Mapeo y Exploración.

En la versión de robots cooperativos puede describirse usando las categorías familiares basadas en el uso de puntos de referencia y/o grafos, los cuales usan sensores de rango (tales como sonar o láser) o sensores de visión, [38].

- Transporte de objetos y manipulación.

La activación de múltiples robots para cargar o manipular objetos, ha sido una meta antigua de los sistemas de robots cooperativos. La tarea más conocida es la de transporte cooperativo es el empuje de objetos por grupos de robots móviles. Casi todos los trabajos previos en esta área involucran mover robots a través de una superficie plana, [38].

- Coordinación de movimiento.

Los temas de investigación en este dominio que han sido bien estudiados incluyen planeación de trayectorias, control de tráfico y generación de formaciones. Casi todos los trabajos previos han sido dirigidos a dominios 2D, aunque algunos trabajos han sido dirigidos en ambiente 3D, [38].

- Robots reconfigurables.

Estos sistemas tienen la capacidad teórica de mostrar una gran robustez, versatilidad y autoseparación. La mayoría del trabajo involucra módulos idénticos con mecanismos de interconexión que permiten la reconfiguración manual o automática, [38].

En [39], menciona que Amazon Robotics, una subsidiaria de la propiedad, permite una experiencia del cliente más inteligente, más rápida y más consistente a través de la automatización. Amazon Robotics automatiza las operaciones del centro de cumplimiento utilizando varios métodos de tecnología robótica, incluidos robots móviles autónomos, sofisticado software de control, percepción del lenguaje, administración de energía, visión por computadora,

detección de profundidad, aprendizaje automático, reconocimiento de objetos y comprensión semántica de comandos.

Amazon Robotics se fundó en 2003 con la idea de satisfacer las demandas de los consumidores en el comercio electrónico, ya que era necesario un mejor enfoque para las soluciones de cumplimiento de pedidos. La compañía está revolucionando las operaciones de Amazon en todo el mundo. Amazon Robotics está creciendo más rápido que en cualquier otro momento en la historia de la compañía, aumentando su tamaño y expandiendo su tecnología, como se menciona en [39].

En [40], se menciona que Amazon maneja 175 centros de cumplimiento en todo el mundo. En 26 de ellos, robots y personas trabajan juntos para recoger, clasificar, transportar paquetes. Si bien es cierto que la automatización robótica se ha hecho cargo de ciertas tareas, como el transporte de grupos de inventario y el transporte de tarimas a través de los edificios.

Amazon Robotics tiene un enfoque dedicado en la investigación y el desarrollo para explorar continuamente nuevas oportunidades para extender sus líneas de productos a nuevas áreas que redefinirán lo que significa el “*ahora*”. Con sede en el área de Boston, Amazon Robotics se encuentra en el epicentro de la innovación robótica y ha desarrollado asociaciones corporativas y académicas para apoyar la innovación en todo el ecosistema de la robótica, para llevar la tecnología de punta al campo más rápido, [39].

Los robots han aumentado la eficiencia y la seguridad en los centros de cumplimiento. Permiten almacenar un 40 por ciento más de inventario. Como tal la robótica hace una contribución significativa en la campaña de Amazon para ofrecer una experiencia del cliente más inteligente, rápida y consistente, [39].

El robot encargado de mover el estante por el almacén, se muestra en la Figura 1.7, Amazon lo ha bautizado como Drive y se describe muy fácilmente relacionándolo con una aspiradora robótica, es cinco veces más grande. Cada uno de estos robots es capaz de levantar y desplazar hasta 1300kg de productos en una estantería especial llamada Pod por la superficie en la que operan, llamada Robotics Field.



Figura 1.7: Robot móvil Drive de Amazon, [5].

Los robots mueven los productos hacia los operarios del almacén, que preparan los pedidos. Una vez éstos terminan de hacerlo, la estantería es desplazada para que se almacene o hacia otro operario que necesite los productos que hay en ella. Automatizar esta tarea hace que no se necesiten pasillos, y se gana un mayor espacio para almacenamiento por cada metro cuadrado, [5].

En [41], menciona que la revolución robótica sigue su curso y el último ejemplo llega desde una de las principales empresas de mensajería de China. STO Express apostó recientemente por incluir 300 pequeñas máquinas en sus almacenes para distribuir los paquetes y desde la llegada de estos robots, la compañía ha recortado en un 70% su plantilla de trabajadores humanos.

La mecánica es la siguiente: los trabajadores humanos colocan los paquetes de hasta cinco kilos sobre los robots, que los llevan a una báscula para pesarlos y a un escáner que les indica mediante un código QR en qué trampilla depositarlos, [41].

Estos pequeños aparatos, de 19 centímetros de altura, son capaces de gestionar 20.000 pedidos por hora, es decir, 200.000 paquetes al día. Se mueven a una velocidad de 11 kilómetros por hora y están perfectamente sincronizados para no chocar entre ellos, [41].

En comparación con el método de clasificación tradicional, estos robots ayudan a la empresa a ahorrar la mitad de sus costes laborales, así como incrementar su eficiencia en un 30 por ciento. En este sentido, el gobierno fijó en su último plan un objetivo de producción de 100.000 de estas unidades hacia 2020, [41].

En [6], se menciona que uno de los almacenes de la compañía de mensajería STO Express, utilizan robots cooperativos mostrados en la Figura 1.8.

Este almacén ubicado en Tianjin, China, cuentan con 100 robots que se encargan de transportar, clasificar y acomodar paquetes. Los robots fueron creados por la empresa Kiva Systems, ahora propiedad de Amazon, [6].

Los robots saben cuando su batería está por agotarse, por lo que se acercan a la zona de recarga para cargarse y continuar con su trabajo, [6].





Figura 1.8: Robots móviles mensajeros de la empresa STO Express, [6].

Este almacén es capaz de mover más de 18.000 paquetes cada hora, y esto ha significado una reducción en la plantilla de humanos en un porcentaje elevado. Por lo anterior, STO Express planea incorporar estos robots en otros dos de sus almacenes, además de que nuevas compañías están por empezar con las labores de automatización en sus almacenes gracias a estos robots, [6].

### 1.3. Planteamiento del problema

Un robot móvil puede ejercer una tarea simple, pero con ayuda de algún otro robot, como es este caso un robot virtual puede llegar e ejercer una tarea más capacitada, de esta forma realizan una cooperatividad guiada, ya que el robot móvil físico no cuenta con sensores que le permitan conocer si hay obstáculos en su alrededor.

Para la realización de este trabajo se realiza un diseño de robots móviles de configuración (2,0), el cual tiene dos movibilidades por medio de los actuadores y no tiene ningún elemento que le proporcione una dirección como por ejemplo un volante, por medio de los actuadores, muestra la velocidad angular, así mismo se realiza la selección de componentes y posteriormente la construcción del prototipo en físico.

Con lo ya mencionado se hacen los cálculos de cinemática directa, cinemática inversa y modelo dinámico. Posteriormente se lleva a cabo la simulación de estos modelos matemáticos para observar el comportamiento de los robots, de esta manera se lleva a cabo una simulación de cooperatividad, donde avanzan respecto a la velocidad lineal y angular en tiempo definido, también se realiza una interfaz para la representación de la última simulación, que es por medio de un robot virtual que coopera con un robot físico, trabajando con respecto a, A\* algoritmo de búsqueda, basándose en los robots cooperativos de almacenes.

Se tiene en cuenta que la estructura del robot móvil debe ser resistente, liviana y durable. Debe contar con un espacio adecuado para que todos los elementos y componentes de los robots móviles se encuentren bien distribuidos y con esto se garantice un mejor funcionamiento.

## 1.4. Objetivo general

Diseñar y construir una plataforma de robots móviles de configuración (2,0), para que pueda efectuar tareas cooperativas.

## 1.5. Objetivos particulares.

1. Realizar los cálculos de la plataforma móviles; cinemática directa, cinemática inversa y modelo dinámico.
2. Realizar el diseño mecánico de la plataforma del robot móvil.
3. Seleccionar los materiales a utilizar.
4. Diseño de sistema electrónico.
5. Hacer la construcción de la plataforma, comprobando el funcionamiento correcto.
6. Diseñar una interfaz de operación.

## 1.6. Justificación

Hoy en día los robots móviles son indispensables para el ser humano. Por ello se lleva a cabo el proyecto, dando un complemento de utilidad, los robots móviles de configuración (2,0) realiza tareas cooperativas como: búsqueda, transporte de objetos, vigilancia, entre otros. En este trabajo se realiza el diseño y construcción de una plataforma de robots móviles de configuración (2,0), con la finalidad de que el prototipo desarrollado se tome como base para crear robots móviles de bajo costo y donde se implementan algoritmos de control para la realización de tareas cooperativas. Para la demostración de la cooperatividad de los robots móviles se desarrolla una simulación, donde tres robots móviles realizan una trayectoria respecto a la velocidad lineal y angular. Sin embargo el aporte principal de éste trabajo se da cuando un robot móvil virtual, utiliza el algoritmo A\* de búsqueda, y este realiza una trayectoria evadiendo obstáculos, así mismo un robot físico, cuya plataforma es desarrollada en este trabajo, hace la misma trayectoria, mostrando una cooperatividad entre robot virtual y robot físico.

## 1.7. Estructura de la tesis.

En el primer capítulo se muestra la introducción, marco histórico, estado de arte, historia acerca de la mecatrónica, algunos ejemplos de robots móviles cooperativos, también se mencionan los objetivos general y particulares, por último se presenta la justificación.

En el capítulo dos se muestra los modelos cinemáticos y dinámico del robot, también se muestran la inercia del robot móvil, modelo matemático del motor y explicación de A\* algoritmo de búsqueda. En el capítulo tres se habla sobre el sistema electrónico que se llevo acabo para el prototipo. Los sistemas mecánicos se encuentran en el capítulo cuatro, junto con la obtención del torque y la inercia del robot.

Sobre la interfaz que se utilizó para la demostración de cooperatividad entre robot virtual y robot físico, fue desarrolla en el capítulo 5. Para poder comprobar los modelos cinemáticos y dinámico se realizaron simulaciones mostradas en el capítulo 6, junto con la representación cooperativa de los robots móviles. Al final se encuentra la conclusión, que habla sobre los retos enfrentados, trabajos a futuro y el apéndice, por último las referencias en la que fue basado el trabajo.

## Capítulo 2

# Modelos matemáticos del sistema

### 2.1. Cinemática directa

La cinemática es la ciencia del movimiento que trata el tema sin considerar las fuerzas que lo ocasionan. Dentro de esta ciencia se estudian la posición, la velocidad, la aceleración y todas las demás derivadas de alto orden de las variables de posición (con respecto al tiempo), como se menciona en [42].

Teniendo definido el tipo de tracción móvil, es necesario establecer las ecuaciones cinemáticas. La posición y orientación de un robot móvil, esta determinada por las coordenadas del punto central del eje matriz de las ruedas  $(x, y)$  así como por el ángulo de inclinación  $(\theta)$  del eje de simetría del móvil con respecto al eje  $x$  (variables de estado del sistema).

Se puede observar que cada rueda motriz lleva asociada una velocidad angular  $(\omega_i, \omega_d)$ , como se muestra en la Figura 2.1, que permiten el desplazamiento del robot. Mediante la teoría de Lagrange de la mecánica clásica, es posible hallar las ecuaciones cinemáticas de la estructura del robot móvil. En [12], menciona las ecuaciones que gobiernan a el robot móvil en base a las variables de estado y por los parámetros de velocidad que están dadas por las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \frac{(\omega_i + \omega_d)r}{2} \cos \theta \\ \dot{y} &= \frac{(\omega_i + \omega_d)r}{2} \operatorname{sen} \theta \\ \dot{\theta} &= \frac{(\omega_i - \omega_d)r}{2l}\end{aligned}$$

Donde:

- $\dot{x}, \dot{y}$ : primera derivada de la posición respecto a  $(x, y)$ .
- $\dot{\theta}$ : representa la variación del ángulo de inclinación ( $\theta$ ) del eje de simetría (esto con respecto al eje x) con respecto al tiempo.
- $\omega_i, \omega_d$ : estas son las velocidades angulares izquierda y derecha.
- $r$ : representa el radio con el que cuentan las ruedas.
- $2l$ : es la representación de la longitud que existe entre ambas ruedas. En estas ecuaciones y el resto del trabajo, el símbolo “.” representa la derivada con respecto al tiempo.

Para la obtención del modelo, solo se toman en cuenta las ruedas traseras del robot (también llamadas ruedas motrices), como se menciona en [7]. En la Figura 2.2, se muestran los diagramas tanto de velocidades como de fuerzas asociadas a cada una de las ruedas.

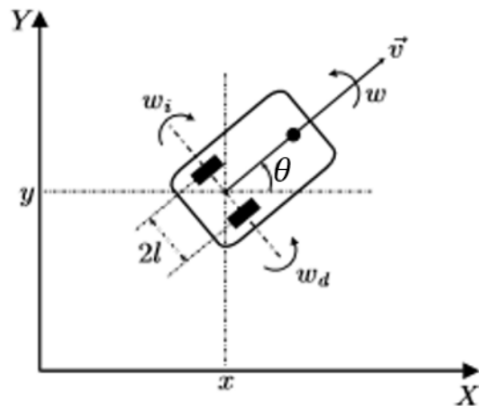


Figura 2.1: Diagrama del robot móvil, [7].

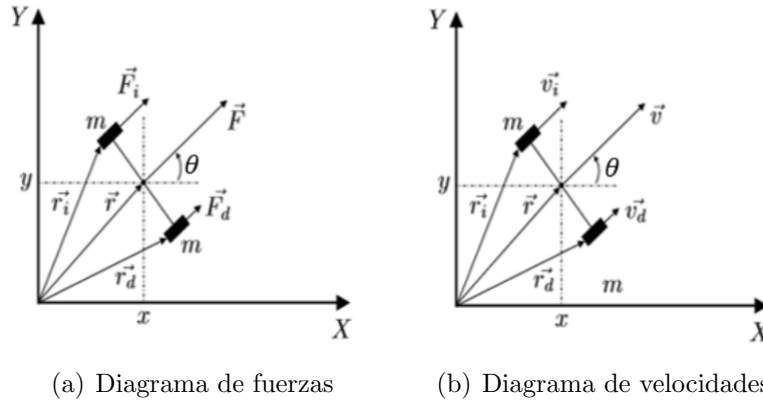


Figura 2.2: Diagrama de fuerzas y velocidades, [7].

Los vectores de posición de cada una de estas respecto al plano  $(x-y)$ , están dados por:

$$\begin{aligned} r_i &= (x - l \sin \theta) \hat{x} + (y + l \cos \theta) \hat{y} \\ r_d &= (x + l \sin \theta) \hat{x} + (y - l \cos \theta) \hat{y} \end{aligned}$$

Tomando como base la teoría de Lagrange, como se menciona en [7]. Por lo tanto el movimiento del sistema físico está gobernado por las siguientes ecuaciones.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial T}{\partial x} &= Q_x \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{y}} \right) - \frac{\partial T}{\partial y} &= Q_y \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \theta} &= Q_\theta \end{aligned}$$

Donde tenemos que:

$T$ : es la energía cinética total del sistema.

$Q_x, Q_y, Q_\theta$ : equivalen a las componentes de la fuerza generalizada (fuerza del vector).

Las componentes  $Q_x, Q_y, Q_\theta$  están dadas por:

$$\begin{aligned} Q_x &= (\vec{F}_i + \vec{F}_d) \hat{x} \\ Q_y &= (\vec{F}_i + \vec{F}_d) \hat{y} \end{aligned}$$

$$Q_\theta = l \left( \vec{F}_d - \vec{F}_i \right) (\cos \theta(\hat{x}) + \sin \theta(\hat{y}))$$

Sustituyendo las fuerzas generalizadas  $Q_x$ ,  $Q_y$  y  $Q_\theta$ :

$$\begin{aligned} 2m\ddot{x} &= \left( \vec{F}_i + \vec{F}_d \right) \hat{x} \\ 2m\ddot{y} &= \left( \vec{F}_i + \vec{F}_d \right) \hat{y} \\ 2l^2\ddot{\theta} &= l \left( \vec{F}_d - \vec{F}_i \right) (\cos \theta(\hat{x}) + \sin \theta(\hat{y})) \end{aligned}$$

Cada rueda va asociada a una fuerza  $\vec{F}_i, \vec{F}_d$ , que proporciona la velocidad de la misma y aplicando la 2da ley de Newton, es posible hallar la relación entre ambas fuerzas respecto a la masa de cada rueda y a sus respectivas aceleraciones, como se menciona en [7].

Donde  $\dot{v}_i, \dot{v}_d$ , representan las aceleraciones de las ruedas motrices.

$$\begin{aligned} \vec{F}_i &= m\dot{\vec{v}}_i = m\dot{v}_i(\cos \theta(\hat{x}) + \sin \theta(\hat{y})) \\ \vec{F}_d &= m\dot{\vec{v}}_d = m\dot{v}_d(\cos \theta(\hat{x}) + \sin \theta(\hat{y})) \end{aligned}$$

Empleando las ecuaciones e integrando respecto al tiempo tenemos para el eje  $\hat{x}$ :

$$\begin{aligned} 2m\ddot{x} &= \left( \vec{F}_i + \vec{F}_d \right) \hat{x} \\ 2m\ddot{x} &= m\dot{v}_i[\cos \theta(\hat{x})] + m\dot{v}_d[\cos \theta(\hat{x})] \\ 2\ddot{x} &= \frac{m\dot{v}_i[\cos \theta(\hat{x})] + m\dot{v}_d[\cos \theta(\hat{x})]}{m} \\ 2\ddot{x} &= \dot{v}_i[\cos \theta(\hat{x})] + \dot{v}_d[\cos \theta(\hat{x})] \\ 2\ddot{x} &= (\dot{v}_i + \dot{v}_d) [\cos \theta] \\ \int 2\ddot{x}(t)dt &= \int (\dot{v}_i(t) + \dot{v}_d(t))(\cos \theta)dt \\ 2\dot{x}(t) &= [v_i(t) + v_d(t)] \cos \theta + c \\ 2\dot{x} &= (v_i + v_d) \cos \theta + c \end{aligned}$$

Ahora se integra respecto al eje  $\hat{y}$ :

$$\begin{aligned}
 2m\ddot{y} &= (\vec{F}_i + \vec{F}_d) \hat{y} \\
 2m\ddot{y} &= m\dot{v}_i[\sin \theta(\hat{y})] + m\dot{v}_d[\sin \theta(\hat{y})] \\
 2\ddot{y} &= \frac{m(\dot{v}_i + \dot{v}_d) \sin \theta}{m} \\
 2\ddot{y} &= (\dot{v}_i + \dot{v}_d) \sin \theta \\
 \int 2\ddot{y}(t)dt &= \int [(\dot{v}_i(t) + \dot{v}_d(t)) \sin \theta] dt \\
 2\dot{y}(t) &= [v_i(t) + v_d(t)] \sin \theta + c \\
 2\dot{y} &= (v_i + v_d) \sin \theta + c
 \end{aligned}$$

En el eje de rotación  $l^2\ddot{\theta}$ :

$$\begin{aligned}
 2ml^2\ddot{\theta} &= l(\vec{F}_i - \vec{F}_d) (\cos \theta(\hat{x}) + \sin \theta(\hat{y})) \\
 2ml\ddot{\theta} &= \frac{l(\vec{F}_i - \vec{F}_d) (\cos \theta(\hat{x}) + \sin \theta(\hat{y}))}{l} \\
 2ml\ddot{\theta} &= (\vec{F}_i - \vec{F}_d) (\cos \theta(\hat{x}) + \sin \theta(\hat{y})) \\
 2ml\ddot{\theta} &= [m\dot{v}_d(\cos \theta(\hat{x}) + \sin \theta(\hat{y})) - m\dot{v}_i(\cos \theta(\hat{x}) + \sin \theta(\hat{y}))](\cos \theta(\hat{x}) + \sin \theta(\hat{y})) \\
 2l\ddot{\theta} &= \frac{m[\dot{v}_d(\cos \theta(\hat{x}) + \sin \theta(\hat{y})) - m\dot{v}_i(\cos \theta(\hat{x}) + \sin \theta(\hat{y}))](\cos \theta(\hat{x}) + \sin \theta(\hat{y}))}{m} \\
 2l\ddot{\theta} &= (\dot{v}_d - \dot{v}_i)[\cos \theta(\hat{x}) + \sin \theta(\hat{y})](\cos \theta(\hat{x}) + \sin \theta(\hat{y})) \\
 2l\ddot{\theta} &= (\dot{v}_d - \dot{v}_i)(\cos \theta(\hat{x}) + \sin \theta(\hat{y}))^2
 \end{aligned}$$

Utilizando álgebra tenemos que:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

De acuerdo a lo anterior obtenemos que:

$$2l\ddot{\theta} = (\dot{v}_d - \dot{v}_i)(\cos^2 \theta(\hat{x}) + 2 \cos \theta(\hat{x}) \sin \theta(\hat{y}) + \sin^2 \theta(\hat{y}))$$

Como se menciona en [43], se hace una igualación a 1.

$$(\cos^2 \theta(\hat{x}) + 2 \cos \theta(\hat{x}) \sin \theta(\hat{y}) + \sin^2 \theta(\hat{y})) = 1$$



Utilizando propiedades trigonométricas:

$$\begin{aligned} 2l\ddot{\theta} &= (\dot{v}_d - \dot{v}_i)(1) \\ \int 2l\ddot{\theta}(t)dt &= \int (\dot{v}_d(t) - \dot{v}_i(t))dt \\ 2l\dot{\theta} &= (v_d - v_i) + c \end{aligned}$$

Se obtiene entonces:

$$\begin{aligned} 2\dot{x} &= (v_i + v_d) \cos \theta + c \\ 2\dot{y} &= (v_i + v_d) \sin \theta + c \\ 2l\dot{\theta} &= (v_d - v_i) + c \end{aligned}$$

Donde  $c$  es la constante resultante de integrar. Considerando que no hay deslizamiento entre las ruedas, la superficie de contacto de las constantes de integración son iguales a cero. Además considerando que  $\omega_i$  y  $\omega_d$  son las velocidades angulares asociadas a cada rueda se obtiene:

$$\begin{aligned} v_i &= r\omega_i \\ v_d &= r\omega_d \end{aligned}$$

En base a la equivalencia anterior para el  $\dot{x}$  obtenemos:

$$\begin{aligned} 2\dot{x} &= (r\omega_i + r\omega_d) \cos \theta + c \\ 2\dot{x} &= r(\omega_i + \omega_d) \cos \theta \\ \dot{x} &= \frac{r(\omega_i + \omega_d)}{2} \cos \theta \end{aligned}$$

Para  $\dot{y}$  tendremos:

$$\begin{aligned} 2\dot{y} &= (r\omega_i + r\omega_d) \sin \theta + c \\ 2\dot{y} &= r(\omega_i + \omega_d) \sin \theta \\ \dot{y} &= \frac{r(\omega_i + \omega_d)}{2} \sin \theta \end{aligned}$$

Y para  $\dot{\theta}$  obtendremos:

$$\begin{aligned} 2l\dot{\theta} &= (r\omega_i - r\omega_d) + c \\ 2l\dot{\theta} &= r(\omega_i - \omega_d) \\ \dot{\theta} &= \frac{r(\omega_i - \omega_d)}{2l} \end{aligned}$$

Las ecuaciones para poder obtener la cinemática directa son:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \frac{r(\omega_i + \omega_d)}{2} \cos \theta \\ \dot{y} &= \frac{r(\omega_i + \omega_d)}{2} \sin \theta \\ \dot{\theta} &= \frac{r(\omega_i - \omega_d)}{2l}\end{aligned}$$

Como se observa en la Figura 2.1 la magnitud de la velocidad  $v$ , utilizando el Teorema de Pitágoras es:

$$\begin{aligned}v &= \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} \\ v &= \sqrt{\left(\frac{r(\omega_i + \omega_d)}{2} \cos \theta\right)^2 + \left(\frac{r(\omega_i + \omega_d)}{2} \sin \theta\right)^2} \\ v &= \sqrt{\frac{r^2(\omega_i + \omega_d)^2}{4} \cos^2 \theta + \frac{r^2(\omega_i + \omega_d)^2}{4} \sin^2 \theta} \\ v &= \sqrt{\frac{r^2(\omega_i + \omega_d)^2}{4} (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta)} \\ v &= \sqrt{\frac{r^2(\omega_i + \omega_d)^2}{4}} \\ v &= \frac{r(\omega_i + \omega_d)}{2}\end{aligned}$$

En base a las funciones anteriores se pueden observar que el modelo cinemático solamente depende de las variaciones de velocidad asociadas a las ruedas motrices y a la variación del ángulo que forma el eje de simetría del robot respecto a un marco de referencia fijo, excluyendo las fuerzas y torques del sistema (las entradas solamente son las velocidades angulares).

## 2.2. Cinemática inversa

Es la técnica que permite determinar el movimiento del robot, para lograr que se ubique en una posición concreta.

Para esto se obtiene la cinemática inversa basándose en [44], la cual entrega una expresión matricial que nos permite determinar las velocidades angulares que se deben aplicar en cada

rueda para lograr el comportamiento deseado. Para determinar la expresión matricial se debe partir de la siguiente ecuación.

$$A = \begin{bmatrix} r \left( \frac{\cos \theta}{2} \right) & r \left( \frac{\cos \theta}{2} \right) \\ r \left( \frac{\sin \theta}{2} \right) & r \left( \frac{\sin \theta}{2} \right) \\ \frac{r}{2l} & -\frac{r}{2l} \end{bmatrix}$$

Al realizar este paso se encuentra el primer inconveniente, puesto que es necesario determinar la inversa de una matriz no cuadrada, la solución a este problema es encontrar la pseudoinversa de dicha inversa. Siendo sus valores de entrada  $(\dot{x}, \dot{y} \text{ y } \dot{\theta})$  y sus valores de salida  $(\omega_d, \omega_i)$

$$\begin{pmatrix} \omega_d \\ \omega_i \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} r \left( \frac{\cos \theta}{2} \right) & r \left( \frac{\cos \theta}{2} \right) \\ r \left( \frac{\sin \theta}{2} \right) & r \left( \frac{\sin \theta}{2} \right) \\ \frac{r}{2l} & -\frac{r}{2l} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}$$

La matriz de los coeficientes es llamada "A" a partir de la cual se determina su pseudoinversa,  $A^+$ .

$$A^+ = \begin{bmatrix} \frac{\cos \theta}{r} & \frac{\sin \theta}{r} & \frac{l}{r} \\ \frac{\cos \theta}{r} & \frac{\sin \theta}{r} & -\frac{l}{r} \end{bmatrix}$$

A continuación se puede determinar la cinemática inversa del robot como:

$$\begin{pmatrix} \omega_d \\ \omega_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\cos \theta}{r} & \frac{\sin \theta}{r} & \frac{l}{r} \\ \frac{\cos \theta}{r} & \frac{\sin \theta}{r} & -\frac{l}{r} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix}$$

Como resultado final obtenemos una expresión matricial, esta nos permite calcular la velocidad angular que debe tener cada rueda para cumplir el objetivo de tener las velocidades lineal y angular deseadas, (*Ver anexo A1. Cinemática Inversa*).

### 2.3. Modelo dinámico

El modelo dinámico de un robot tiene por objetivo conocer la relación entre el movimiento y las fuerzas implicadas en el mismo, como se menciona en [12]. Para el modelo dinámico

del robot móvil se utilizan los siguientes parámetros:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= v \cos \theta \\ \dot{y} &= v \sin \theta \\ \dot{\theta} &= \omega \\ m\dot{v} &= F \\ I\dot{\omega} &= N\end{aligned}$$

Donde las variables de entrada son masa ( $m$ ), inercia ( $I$ ), aceleración lineal ( $\dot{v}$ ) aceleración angular ( $\dot{\omega}$ ) y variables de salida son fuerza ( $F$ ) y torque ( $N$ ).

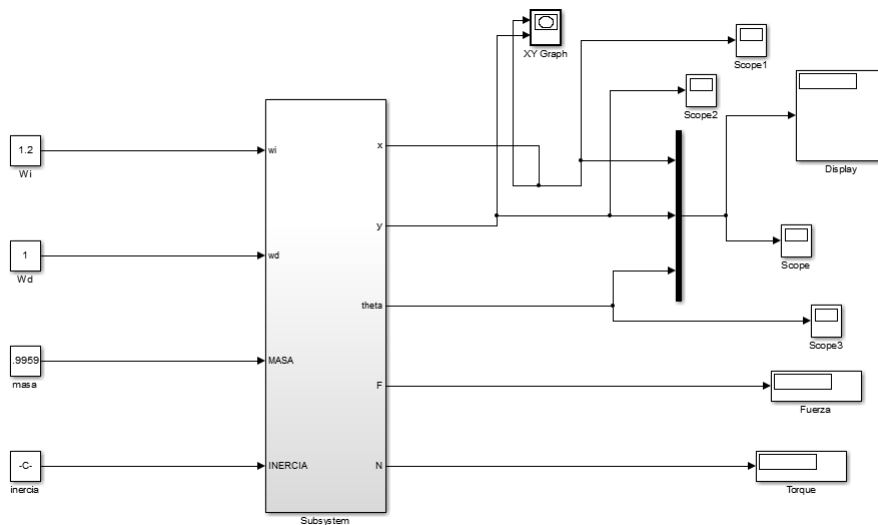


Figura 2.3: Diagrama dinámico del robot móvil.

### 2.3.1. Modelo dinámico (gravedad, coriolis e inercia)

En mecánica clásica como se menciona en [45], dice que la energía cinética de un robot móvil depende de su masa y sus componentes de movimiento (rotacionales y traslacionales), por lo tanto el modelo dinámico es en base a la matriz el modelo dinámico asociado al robot móvil diferencial, en [45], menciona que la matriz de inercia para el modelo dinámico es la siguiente:

$$\overline{M}(q)\dot{v} + \overline{C}(q, \dot{q})v + \overline{g}(q) = \overline{B}(q)\tau$$

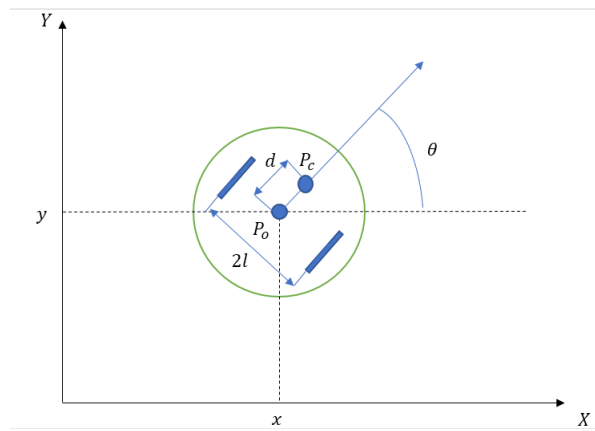


Figura 2.4: Diagrama de Modelo dinámico.

Como se menciona en [12], la gravedad es igual a:  $g(q) = (0, 0, 0, 0, 0)^T$ . Debido a que el robot se mueve en un plano horizontal.

Por lo tanto :

Torque

$$\tau = (\tau_d, \tau_i)^T$$

Matriz de inercia

$$\overline{M}(q) = S^T(q)M(q)S(q)$$

Coriolis

$$\overline{C}(q, \dot{q}) = S^T(q) \left[ M(q)\dot{S}(q) + C(q, \dot{q})S(q) \right]$$

Gravedad

$$\overline{g}(q) = S^T(q)g(q)$$

Determinación de valores de salida de los actuadores

$$\overline{B}(q) = S^T(q)B(q)$$

Realizando cálculos se obtiene lo siguiente:

$$M(q) = \begin{bmatrix} \frac{r^2}{l^2}(ml^2 + I) + I\omega & \frac{r^2}{4l^2}(ml^2 - I) \\ \frac{r^2}{4l^2}(ml^2 - I) & \frac{r^2}{4l^2}(ml^2 + I) + I\omega \end{bmatrix}$$

$$\tau(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} 0 & \frac{r^2}{2l}m_c d\dot{\theta} \\ -\frac{r^2}{2l}m_c d\dot{\theta} & 0 \end{bmatrix}$$

$$B(q) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

El modelo dinámico se usa para expresar y modelar el comportamiento del sistema a lo largo del tiempo, Coriolis es la fuerza debido a la rotación de los actuadores y la inercia es medida de la resistencia del cuerpo respecto a la aceleración.

## 2.4. Inercia del robot móvil

El momento de inercia de la masa de un cuerpo es una medida de la resistencia del cuerpo a la aceleración angular. Donde  $R$  es el radio de una rueda y  $2l$  es la longitud del eje entre ellos, el símbolo  $m$  es la masa, e  $I$  el momento de inercia del robot móvil.

Un torque neto sobre un objeto que tiene un punto de rotación fijo ocasiona una aceleración angular sobre el robot móvil, la cual es inversamente proporcional a cierta cantidad de  $I$ . Como se muestre en la Figura 2.5, es la forma que tendrá el chasis del móvil, dependiendo la forma se calcula la inercia. Dado el diseño se calcula la forma de disco y las placas rectangulares por separado, de manera que se pueda determinar el momento de inercia del chasis.

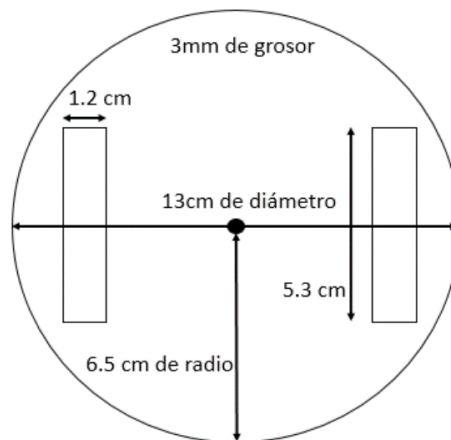


Figura 2.5: Medidas de una base en forma de círculo

Considerando que la placa tiene un espesor de 3mm, y la densidad del acrílico es de:

$$1.18 \left[ \frac{g}{cm^3} \right] = 1180 \left[ \frac{kg}{m^3} \right]$$

La placa consta de dos partes compuestas, primero se calcula el momento de inercia del disco respecto a un eje perpendicular que pase por el centro. En [46], menciona que el momento de inercia de un disco con respecto a un eje perpendicular al plano y que pasa por su centro es:

$$I_G = \frac{1}{2}mr^2$$

Donde  $I_G$  es el momento de inercia con respecto al eje z que pasa por el centro de masa,  $m$  es la masa del cuerpo y  $d$  es la distancia entre los ejes paralelos.

Como primer punto se calcula la masa del disco mediante la siguiente formula:

$$\frac{\text{masa}}{\text{volumen}} \approx \rho = \frac{m}{V}$$

Por lo tanto:

$$m = \rho V$$

$$m_d = \rho_d V_d = [1180 \left[ \frac{Kg}{m^3} \right]] [\pi (0.065[m])^2 (.003[m])] = 0.046[kg]$$

Aplicando:

$$I_G = \frac{1}{2}mr^2$$

$$I_d = \frac{1}{2}m_d r_d^2 + m_d r_d^2$$

$$I_d = \frac{1}{2}(0.046[kg])(0.065[m])^2 + (0.046[kg])(0.065[m])^2$$

El momento de inercia de todo el disco es:

$$I_d = 2.91 * 10^{-4} [kg][m^2]$$

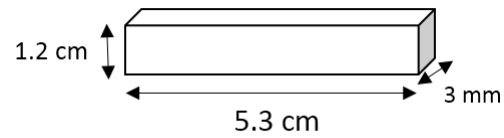


Figura 2.6: Dimensión de los agujeros en la placa.

## 2.5. Rectángulos (agujeros)

Se considera el siguiente diagrama. Tomando en cuenta:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Por lo tanto:

$$m = \rho V$$

$$m = (1180[\frac{kg}{m^3}])(0.053[m])(.012[m])(.003[m])$$

$$m = 2.251 * 10^{-3}[kg]$$

Donde  $I_h$  es respecto a los agujeros, teniendo la masa se puede obtener el momento de inercia basado en:

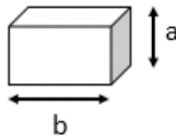


Figura 2.7: Agujeros de la placa



$$I_h = \frac{1}{12}m(a^2 + b^2)$$

Sustituyendo valores:

$$I_h = \frac{1}{12}(2.251 * 10^{-3}[Kg])(.053[m])^2 + (.012[m])^2$$

$$I_h = 5.53 * 10^{-7}[kg][m^2]$$

Considerando que son dos secciones rectangulares las que se removerán.

$$2I_h = 2(5.53 * 10^{-7}[kg][m^2]) = I_hTotal$$

$$I_hTotal = 1.106 * 10^{-6}[kg][m^2]$$

Por ultimo para determinar el momento de inercia del chasis, una vez removidas ambas piezas rectangulares se realiza la resta.

$$I = I_d - I_hTotal$$

$$I = 2.91 * 10^{-4}[kg][m^2] - 1.106 * 10^{-6}[kg][m^2]$$

$$I = 2.98 * 10^{-4}[kg][m^2]$$

## 2.6. Modelo matemático motor DC.

Los motores empleados en el prototipo son motores de CD que cuentan con una caja reductora de engranes. En [47], menciona que el modelo matemático del motor completo expresado en términos de la velocidad angular de la rueda,  $\varpi$ , están dados por:

$$L \frac{di}{dt} = u - Ri - nk_e \varpi \quad (2.1)$$

$$J \frac{d\varpi}{dt} = -b\varpi + nk_m i \quad (2.2)$$

$$y = \varpi$$

Donde:

1.  $L$ , Inductancia de la armadura.
2.  $J$ , Inercia del motor.
3.  $u$ , es el voltaje aplicado en las terminales de armadura del motor.
4.  $i$ , es la corriente de armadura del motor.
5.  $K_e$ , es la constante de fuerza contra- electromotriz.
6.  $k_m$ , es la constante de par del motor.
7.  $R$ , es la resistencia de armadura.
8.  $b$ , es la constante fricción viscosa.
9.  $n$ , es la relación entre el número de dientes de los engranes del motor y del eje en la carga.

Es necesario llevar a cabo la caracterización del motor debido a que si se observan las ecuaciones anteriores, existen parámetros constantes que no están incluidos en los datos proporcionados por los fabricantes. Partiendo del modelo de un motor de CD, expresado por las ecuaciones vistas, el modelo equivalente en el espacio de la frecuencia, tras la aplicación de la transformada de Laplace, queda determinado por:

$$L_i(s)s = u(s) - Ri(s) - nk_e\varpi(s)$$

$$J\varpi(s)s = -b\varpi(s) + nk_m i(s)$$

El cual tiene asociada la función de transferencia  $G_C(s)$ , siguiente:

$$G_C(s) = \frac{\varpi(s)}{u(s)} = \frac{nk_m}{(J_s + b)(L_s + R) + n^2k_e k_m}$$

## 2.7. Algoritmo de búsqueda A\*

A\* es la opción más popular para la búsqueda de caminos, como se menciona en [48]. Por que es bastante flexible y se puede utilizar en una amplia gama de contextos.

A\* similar al Algoritmo de Dijkstra ( es un algoritmo para la determinación del camino más corto, dado un vértice de origen), como se menciona en [49], en el sentido de que se puede utilizar para encontrar el camino más corto. A\* es como la búsqueda codiciosa de lo mejor y lo primero en el sentido de que puede usar una heurística para guiarse a sí misma.

Informalmente hablando, los algoritmos de A\* búsqueda, a diferencia de otras técnicas transversales, tienen “cerebros”. Lo que significa que realmente es un algoritmo inteligente a lo que otros son algoritmos convencionales. Y también vale la pena mencionar que muchos juegos y mapas basados en la web utilizan este algoritmo para encontrar el camino más corto de manera muy eficiente, [49].

Aproximar el camino más corto en situaciones de la vida real, como en mapas, juegos donde puede haber muchos obstáculos. En una de las simulaciones podemos considerar una cuadrícula 2D, que tiene varios obstáculos (círculos rojos) y partimos de una celda (círculo azul) para llegar a una celda objetivo (target, círculo azul).

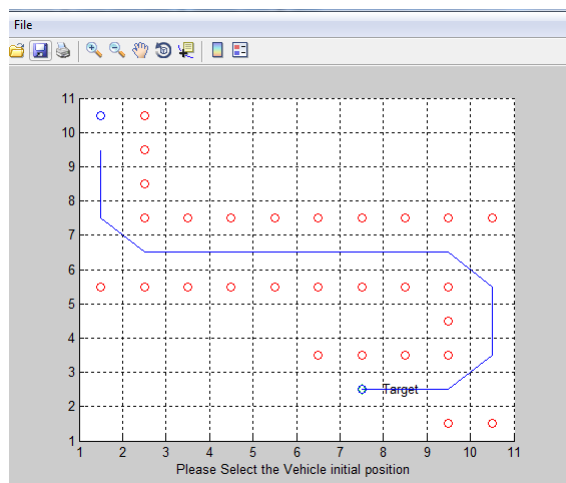


Figura 2.8: Simulación de trayectoria con A\*.

Esta simulación representa como es el trabajo de un robot móvil en un almacén de envíos, así mismo estos buscan el camino mas corto para poder llegar a su destino. Este programa se tomo como base para el proyecto. (ver código anexos A2. A\* algoritmo)

Como se menciona en [50], si se pretende encontrar el camino más corto desde el nodo origen  $s$ , hasta el nodo destino  $t$ , un nodo intermedio de la red  $n$  tendría la siguiente función de evaluación  $f(n)$  como etiqueta:

$$f(n) = g(n) + h(n)$$

Donde:

- $g(n)$  indica la distancia del camino desde el nodo origen  $s$  al  $n$ .

- $h(n)$  expresa la distancia estimada desde el nodo  $n$  hasta el nodo destino  $t$ .

$h(n)$  se trata de una función heurística, expresa la idea de cuán lejos aún se está de alcanzar el nodo destino, y de su correcta elección dependerá en gran medida el rendimiento del algoritmo A\* al aplicarlo en una red. Así, en el caso de que esta función heurística nunca

sobreestime el valor de la distancia real entre el nodo y el destino, se dice que es admisible, y está garantizada la solución óptima. Por el contrario, en el caso en que la función no sea admisible no se puede garantizar el hallazgo de la solución óptima para el problema del camino más corto.

A la función de evaluación  $f$  que caracteriza a un nodo y que sirve para etiquetarlo, también se la conoce como mérito de ese nodo, y expresa la probabilidad del nodo de estar en el camino más corto. El funcionamiento anteriormente descrito del algoritmo  $A^*$ , puede ser esquematizado mediante la siguiente sucesión de pasos:

- 1.- Establecer el nodo  $s$  como origen. Hacer  $f(s) = 0$  y  $f(i) = \infty$ , para todos los nodos  $i$  diferentes del nodo  $s$ . Iniciar el conjunto  $Q$  vacío.
- 2.- Calcular el valor de  $f(s)$  y mover el nodo  $s$  al conjunto  $Q$ .
- 3.- Seleccionar el nodo  $i$  del conjunto  $Q$  que presente menor valor de la función  $f(i)$  y eliminarlo del conjunto  $Q$ .
- 4.- Analizar los nodos vecinos  $j$  de  $i$ . Para cada enlace  $(i, j)$  con coste  $c_{ij}$  hacer:
  - 4.1.-Calcular:  $f(j)' = g(i) + c_{ij} + h(j)$
  - 4.2.-Si  $f(j)' > f(j)$ ,
    - 4.2.1.-Actualizar la etiqueta de  $j$  y su nuevo valor será:  $f(j) = g(i) + c_{ij} + h(i)$
    - 4.2.2.-Insertar el nodo  $j$  en  $Q$
  - 4.3.-Si  $f(j)' \geq f(j)$ 
    - 4.3.1.-Dejar la etiqueta de  $j$  como está, con su valor  $f(j)$
- 5.- Si  $Q$  está vacío el algoritmo se termina. Si no está vacío, volver al paso 3.

# Capítulo 3

## Sistema electrónico

### 3.1. Conexión de los dispositivos

Para la utilización de la IMU 6050 primero se tiene que calibrar, conectándolo a Arduino de la siguiente forma como menciona en [8]:

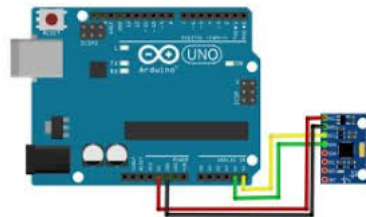


Figura 3.1: Conexión de la IMU-6050 al Arduino Uno, [8].

Muchos de los ejemplos que podemos encontrar, tienen un problema y es que presentan muchas vibraciones y ruido en las medidas, además cuando se tiene instalado el módulo MPU 6050, siempre puede haber un desnivel en sus componentes, motivo por el cual debemos calibrar el módulo, con respecto a los ejes mostrados en la Figura 3.2 asegurándonos de que no haya un error de desnivel agregado en cada componente.

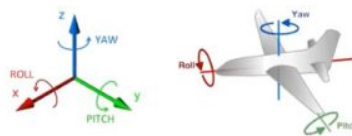


Figura 3.2: Ejes Yaw, Roll y Pitch, [8].

Podemos solucionar estos problemas al configurar el módulo, una variable en offset MPU6050 (entero que indica el desplazamiento), para compensar dichos errores.

La calibración sólo es necesario hacerla una vez. El filtro complemento en si, es para combinar el acelerómetro y el giroscopio. Si sólo utilizamos el acelerómetro para determinar el ángulo, cualquier aceleración generada por un desplazamiento generaría errores en el ángulo. En cambio sí solo usamos el giroscopio vamos a obtener un error acumulativo por causa de la integración *dew* (velocidad angular). Este filtro se utiliza cuando, queremos sensar el ángulo pero el MPU está en constante movimiento (Drones, robots móviles, etc).

Las conexiones de los componente electrónicos queda de la siguiente manera:

Puente H	Componente
Out 1	1 motor 1
Out 2	2 motor 2
Out 3	1.1 motor 2
Out 4	2.2 motor 2
Vin	Positivo (+)
GND	Negativo (-)

Cuadro 3.1: Tabla de conexiones del puente H con los motores.

Conexiones del Arduino:

Pin	Dispositivo
PIN 0	Tx Bluetooth
PIN 1	Rx Bluetooth
PIN 2	PIN int IMU
PIN 4	IN1 puente H
PIN 5	IN2 puente H
PIN 7	IN3 puente H
PIN 8	IN4 puente H
PIN 9	PIN A motor 1
PIN 10	PIN B motor 1
PIN 11	PIN A motor 2
PIN 12	PIN B motor 2
A4	SClook IMU
A5	SDATA IMU
VIN	POSITIVO (+)
GND	NEGATIVO (-)
5V	(+) Bluetooth,IMU

Cuadro 3.2: Tabla de conexiones de los componentes.

Así mismo se muestra en un diagrama la conexión de los componentes, mostrado en la Figura 3.3

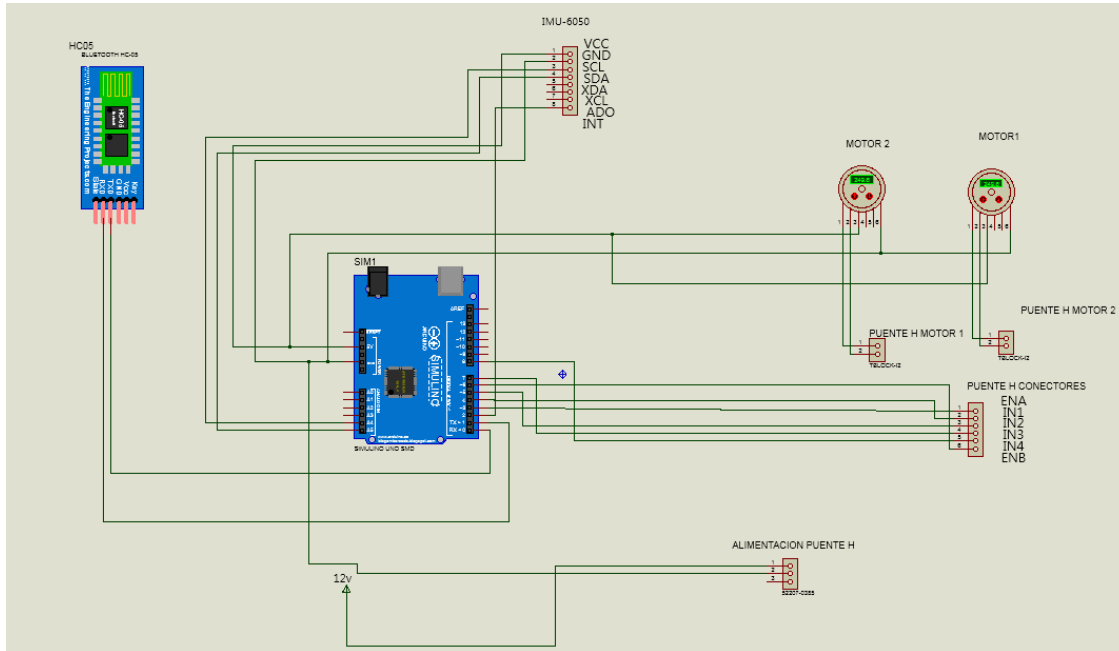


Figura 3.3: Diagrama de conexión.



# Capítulo 4

## Sistema mecánico

### 4.1. Torque requerido por cada motor para vencer la fuerza de fricción

Nasly y Diego mencionan en [51], que para calcular la potencia que deben tener los motores para lograr dar arranque al vehículo, es necesario determinar ciertos valores, que son la base para iniciar el proceso de diseño, como lo es el peso total de la estructura. Los cálculos que se realizarán a continuación, están dados para toda la plataforma, se consideran todos los elementos distribuidos en la plataforma.

Cantidad	Material	Peso
1	Baterial	30g
2	Motores, llantas y braquets	30g
1	Rueda sin actuador	20g
1	Puente H, placa	38g
1	chasis	100g
	Total =	243g

Cuadro 4.1: Tabla de peso de los componentes.

Es decir, que el total aproximado de la masa de la plataforma es de 243g, pero para evitar esfuerzos del motor seleccionado se adiciona un 10% a es valor como factor de seguridad, que dará una masa de:

$$243[g] + (10\%) = 267.3[g] = .2673[kg] \text{ Aprox.}$$

La plataforma contiene 3 ruedas (2 llantas normales y una rueda sin actuador), entonces se dice que el sistema tiene 3 puntos de apoyo, por lo que en cada punto se ejerce una fuerza sobre la llanta equivalente a  $\frac{1}{3}$  de la masa total aproximada que se calculó, basándose en el diagrama de la Figura 4.1.

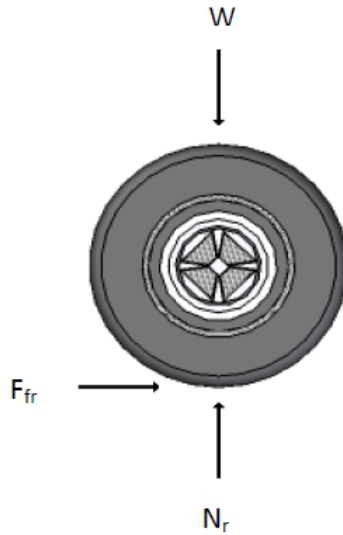


Figura 4.1: Diagrama de cuerpo libre de la llanta.

Sea  $W$  = peso total soportado por las llantas, para determinar su valor se emplea la siguiente ecuación.

$$W = m \cdot g$$

Remplazando valores:

$$\begin{aligned} W &= (0.2[kg]) (9.8[m/s^2]) \\ W &= 1.96[N] \end{aligned}$$

El peso total del robot móvil se ejerce en el centro de la masa de la plataforma, por lo cual las cargas son equitativas en cada llanta (3 en total). Las fuerzas que actúan sobre el robot móvil son:

$$mg = W = 1.96[N]$$

Entonces el peso soportado por cada llanta esta dado por:

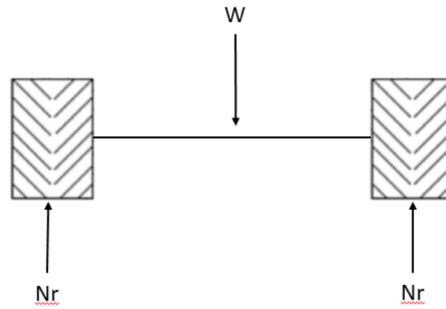


Figura 4.2: Fuerzas sobre el vehículo.

$$W_{II} = \frac{W}{3}$$

$$W_{II} = .65[N]$$

Otro elemento esencial para el cálculo del torque es la fuerza de rozamiento o de fricción estática.

$$F_f = [M_s] [N_r]$$

Donde:

$F_f$  = Fuerza de rozamiento estática.

$M_s$  = Coeficiente de fricción estático.

$N_r$  = Normal.

Sea  $M_s = 0.7$  (Coeficiente de rozamiento estático entre el caucho y el concreto) al reemplazar los valores en la ecuación queda:

$$F_f = (0.7)(.65)$$

$$F_f = 0.955[N]$$

La fuerza de fricción total  $F_{st}$  que tiene que vencer el motor es:  $3 F_f$  debido a las 3 llantas que componen la plataforma, por lo tanto:

$$F_{st} = (0.955[N])(3)$$

$$F_{st} = 2.865[N]$$

El torque requerido por cada motor para vencer esta fuerza está dado por la siguiente ecuación:

$$T = (F_f)(d)$$

Donde  $d$  es el radio de acción de la fuerza, es decir, el radio de la llanta seleccionada para el vehículo, al reemplazar valores se obtiene:

$$\begin{aligned} T &= (0.455\text{N})(.03) \\ T &= 0.01365[\text{Nm}] \end{aligned}$$

Por lo tanto el torque del motor a utilizar debe ser mayor a  $1\text{kg}$  ya que  $1\text{kg} = 0.9807[\text{Nm}]$ . Para calcular el peso que soportara el móvil con respecto al torque del motor se tomo en cuenta lo siguiente: La especificación del torque del motor a utilizar es de  $T=1.4(\text{kg})(\text{cm})$  y el diámetro de la llanta es de  $d=40\text{mm}$ .

$$\begin{aligned} T &= 1.4[\text{kg}][\text{cm}] = 0.137[\text{Nm}] \\ d &= 40[\text{mm}] = .04[\text{m}] \end{aligned}$$

Aplicando formulas anteriores de manera inversa:

$$T = (F_f)(d)$$

Donde:

$T$ =Torque

$F_f$ =Fuerza de rozamiento estática

$d$ = Diámetro de la llanta

Por lo tanto:

$$F_f = \frac{T}{d}$$

Sustituyendo valores:

$$F_f = \frac{.137[\text{Nm}]}{.04[\text{m}]} = 3.42[\text{N}]$$

Sabiendo que:

$$F_f = (M_s)(N_r)$$

Donde:

$F_f$ =Fuerza de rozamiento estático.

$M_s$ =Coeficiente de fricción estático.

$N_r$ =Normal.

$M_s = 0.7$  coeficiente entre caucho y concreto.

Despejando  $N_r$

$$N_r = \frac{F_f}{M_s} = \frac{3.42[\text{N}]}{0.7} = 4.88[\text{N}]$$

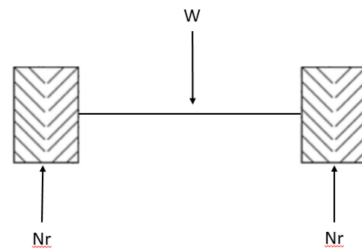


Figura 4.3: Fuerzas sobre cada rueda.

La normal es la fuerza que actúa sobre cada llanta, como se muestra en la Figura 4.3.

Al ser dos llantas se multiplica por 2 el valor de la normal  
 $W = \text{peso}$

$$W = (4.88\text{N})(2) = 9.76[\text{N}]$$

Finalmente calculando la masa  $W = mg$  por lo tanto:

$$m = \frac{W}{g} = \frac{9.76[\text{N}]}{9.8[\frac{\text{m}}{\text{s}^2}]} = 0.9959[\text{kg}]$$

Por lo tanto el peso máximo que podrá llevar el móvil será de .99[kg] por el torque del motor.

## 4.2. Diseño del robot móvil (2,0) en SolidWorks.

Diseño del robot móvil (2,0), en SolidWorks.

Vista frontal.

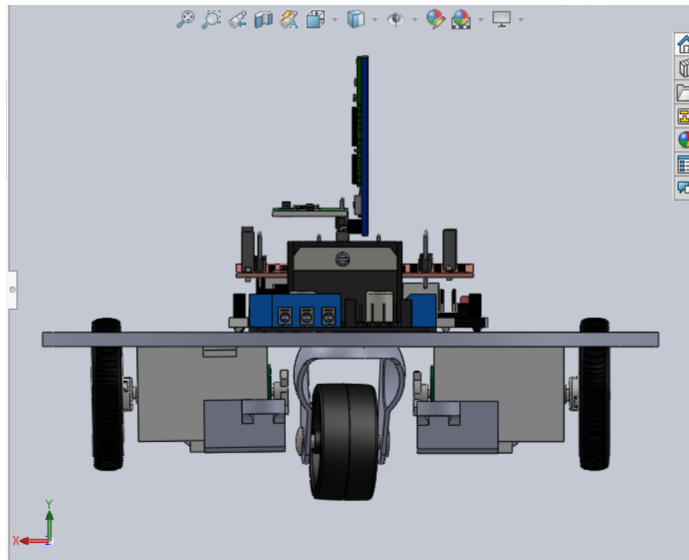


Figura 4.4: Vista frontal del robot móvil.

Vista lateral.

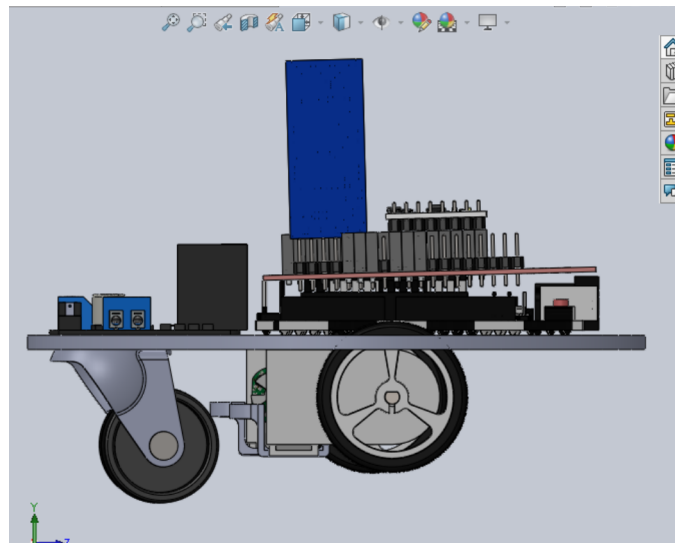


Figura 4.5: Vista lateral del robot móvil.

Vista aérea.

### 4.3. Componentes electrónicos

Para este proyecto se utilizaron los siguientes componentes electrónicos:

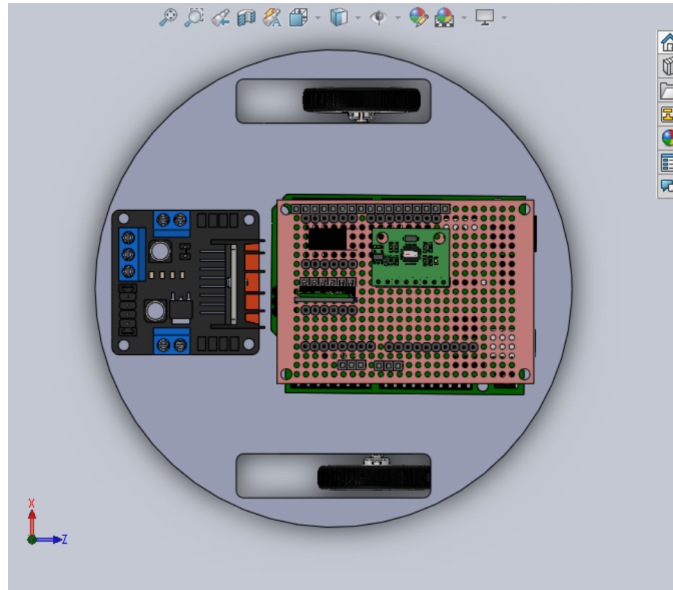


Figura 4.6: Vista aérea del robot móvil.

### 4.3.1. Arduino Uno

En [52], menciona que el Arduino Uno es una placa basada en el microcontrolador ATmega328P. Tiene 14 pines de entrada/salida digital (de los cuales 6 pueden ser usados con PWM), 6 entradas analógicas. Este se utiliza para la programación de movimiento del robot móvil, programación del sensor y acoplamiento del puente H para control de los motores.

### 4.3.2. Driver Puente H L298N

En [9], se menciona que el módulo posee dos puentes H que permiten controlar 2 motores DC o un motor paso a paso bipolar/unipolar. El módulo permite controlar el sentido de giro y velocidad mediante señales. Tiene integrado un regulador de voltaje de 5V encargado de alimentar la parte lógica del L298N, el uso de este regulador se hace a través de un jumper y se puede usar para alimentar la etapa de control.

### 4.3.3. IMU 6050

La unidad de medición inercial (IMU), mostrada en la Figura 4.8. Menciona en [10], que se trata de un dispositivo capaz de medir la fuerza (aceleración angular) y la velocidad. Genéricamente consta de un acelerómetro y un giroscopio. El MPU-6050 es una IMU de 6 grados de libertad. Esto significa que lleva un acelerómetro y un giroscopio, ambos de 3 ejes.

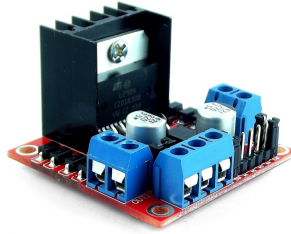


Figura 4.7: Modelo DRV-L298N, [9].

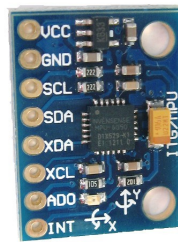


Figura 4.8: Unidad de medición inercial 60-50 (IMU), [10].

El MPU-6050 opera con 3.3 voltios, aunque algunas versiones llevan un regulador que permite conectarla a 5V. La aceleración puede expresarse en 3 ejes: X, Y y Z, las tres dimensiones del espacio. Por ejemplo, si el sensor IMU se mueve hacia arriba, el eje Z marcará un cierto valor, si es hacia delante, marcará el eje X, etc. La gravedad de la Tierra tiene una aceleración de aprox.  $9.8 \frac{m}{s^2}$ , perpendicular al suelo como es lógico. Así pues, la IMU también detecta la aceleración angular, como se menciona en [10].

Gracias a la gravedad terrestre puedes usar las lecturas del acelerómetro para saber cuál es el ángulo de inclinación respecto al eje X o eje Y.

Supongamos que la IMU esté perfectamente alineada con el suelo. Entonces, como puede ver en la Figura 4.9, el eje Z marcará 9.8, y los otros dos ejes marcarán 0. Ahora supongamos el sensor IMU gira  $90^\circ$ . Ahora es el eje X el que está perpendicular al suelo, por lo tanto marcará la aceleración de la gravedad.

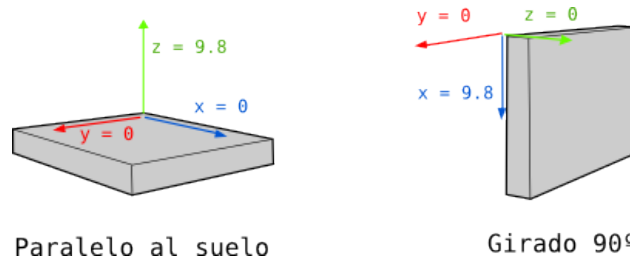


Figura 4.9: Paralelo al suelo y giro de  $90^\circ$ , [10].



El giroscopio mide la velocidad angular. La velocidad angular es el número de grados que se gira en un segundo. Si sabemos el ángulo inicial de la IMU, podemos sumarle el valor que marca el giroscopio para saber el nuevo ángulo a cada momento.

#### 4.3.4. Motorreductor

El motorreductor de plástico perpendicular de 120:1 con eje extendido, como se en menciona [11], es compacto y económico (motor de DC cepillado con una caja con reducción de 120:1) es una opción muy adecuada para uso en pequeños robots. Si bien está previsto para funcionar a 4.5 V, debería funcionar cómodamente en el rango de 3 V a 6 V. El motorreductor proporciona aproximadamente un torque de 20 oz-in (1.4 kg-cm) y 120 RPM. La corriente libre es de 80 mA y la corriente máxima es de 800 mA.

Características:

Dimensiones: 36.5 x 20 x 27.4 mm

Peso: 19 g

Diametro: 3 mm

Tensión de funcionamiento típica: 4.5 V

Relación de transmisión: 120:1

Velocidad de funcionamiento libre 4.5V: 120 RPM

Corriente libre 4.5V: 80 mA

Corriente máxima 4.5V: 800 mA

Torque 4.5V: 20 oz-in



Figura 4.10: Motorreductor de plástico perpendicular y eje extendido, [11].

# Capítulo 5

## Interfaz.

### 5.1. Señales adquiridas por Arduino Uno.

Para obtener la aceleración y velocidad angular del robot móvil (2.0), a la tarjeta de control (Arduino Uno), se le integra el programa, (*consultar anexos A3. Código Arduino*). Como resultado de la IMU 6050, como se muestra en la Figura 5.1, se obtiene la siguiente información, aceleración angular (g) en x, y, z, y velocidad (a) en x, y, z.

Sensor iniciado correctamente							
a[x y z]	g[x y z]:	1436	3832	16756	195	96	-21
a[x y z]	g[x y z]:	1344	3788	16828	223	100	-29
a[x y z]	g[x y z]:	1392	3820	16920	201	108	-54
a[x y z]	g[x y z]:	1320	3848	16852	192	86	-32
a[x y z]	g[x y z]:	1424	3784	16772	170	82	-42
a[x y z]	g[x y z]:	1228	3808	16844	204	91	-44
a[x y z]	g[x y z]:	1452	3860	16808	187	74	-51
a[x y z]	g[x y z]:	1464	3896	16760	183	88	-45
a[x y z]	g[x y z]:	1272	3844	16800	207	107	-21
a[x y z]	g[x y z]:	1372	3788	16712	191	108	-61

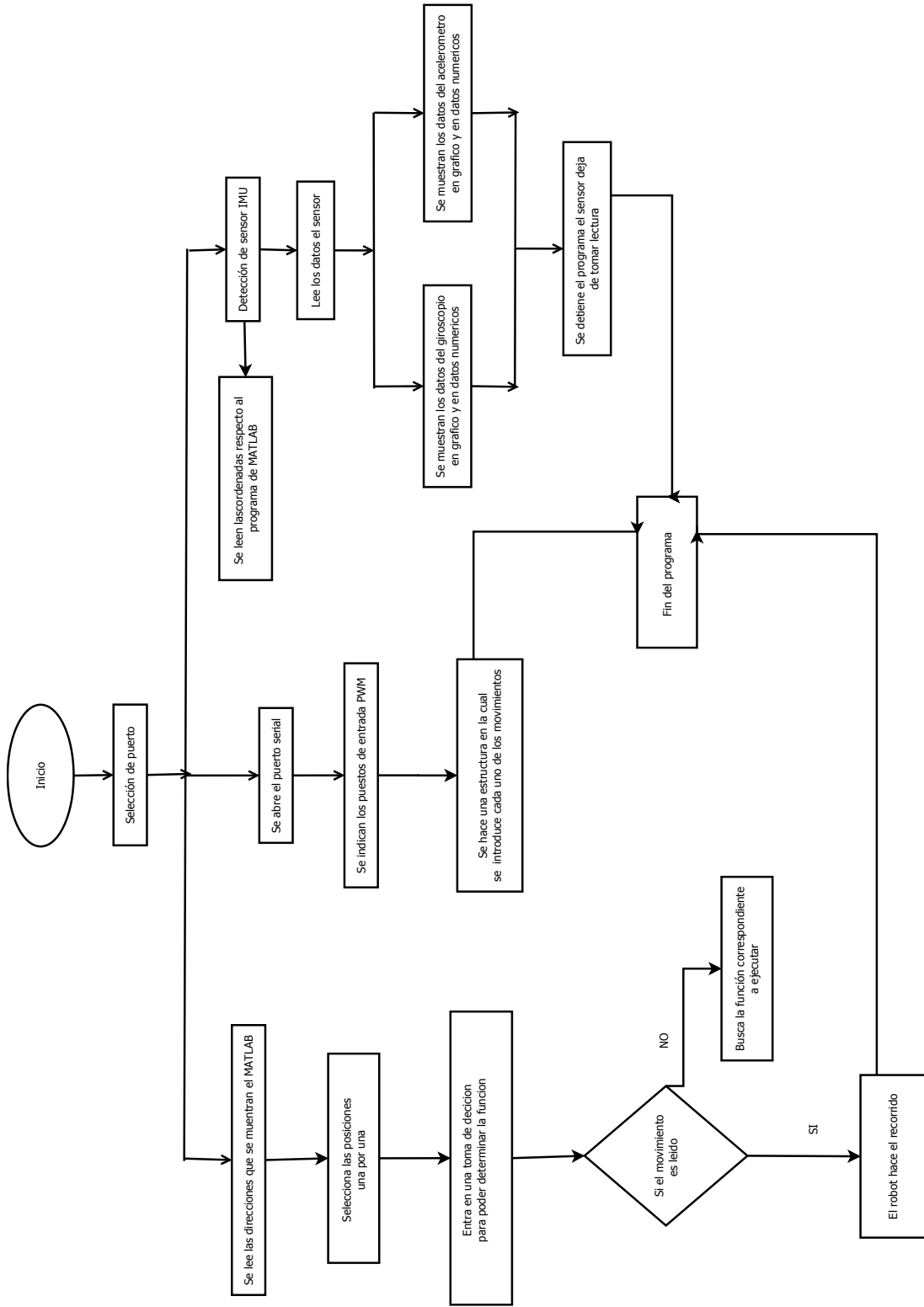
Figura 5.1: Programa en ejecución

### 5.2. Interfaz en LabVIEW

La interfaz a utilizar para este robot móvil (2,0), se realizó en el programa LabVIEW, ya que este programa es práctico para utilizar, por medio de diagramas se realiza la conexión de los componentes a utilizar para poder tener una buena visualización, en la Figura 5.2, se muestra como está conformada la interfaz, Serial Port, es el puerto con el que se







# Capítulo 6

## Simulaciones y resultados

En la cinemática directa, inversa y dinámica determinadas, se hizo uso del software Simulink, por lo cual se usaron diagramas de bloques para representar los modelos matemáticos determinados. Y la representación simulada de la cooperatividad de los robots móviles.

### 6.1. Modelo de cinemática directa

Para este caso la cinemática directa es, donde  $\dot{x}$  y  $\dot{y}$  son las coordenadas en un plano cartesiano y  $\dot{\theta}$  es el ángulo de giro:

$$\dot{x} = \frac{(\omega_d + \omega_i)r}{2} \cos\theta$$

$$\dot{y} = \frac{(\omega_d + \omega_i)r}{2} \sin\theta$$

$$\dot{\theta} = \frac{(\omega_d - \omega_i)r}{2l}$$

Donde,  $\omega_d$  es la velocidad angular de la llanta derecha y  $\omega_i$  es la velocidad angular de la llanta izquierda y  $r$  el radio del robot móvil.

Como se puede observar en la Figura 6.1. Se ingresan las velocidades angulares respectivamente para cada llanta y estas proporcionan el posicionamiento del robot.

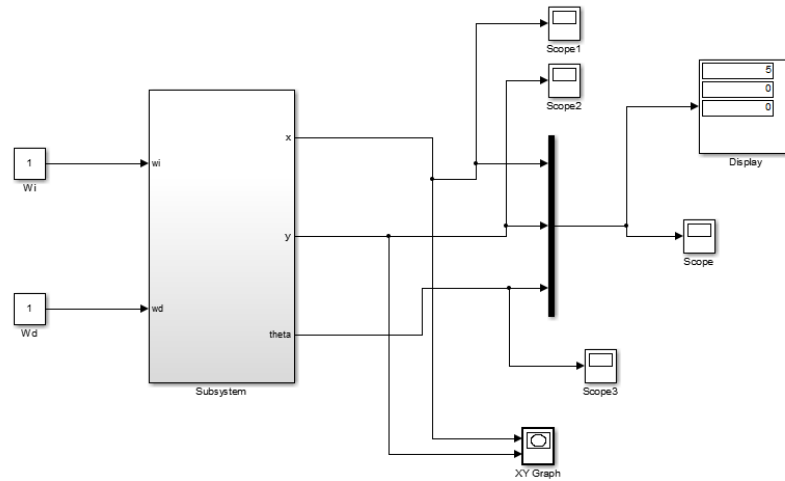


Figura 6.1: Modelo cinemático directo.

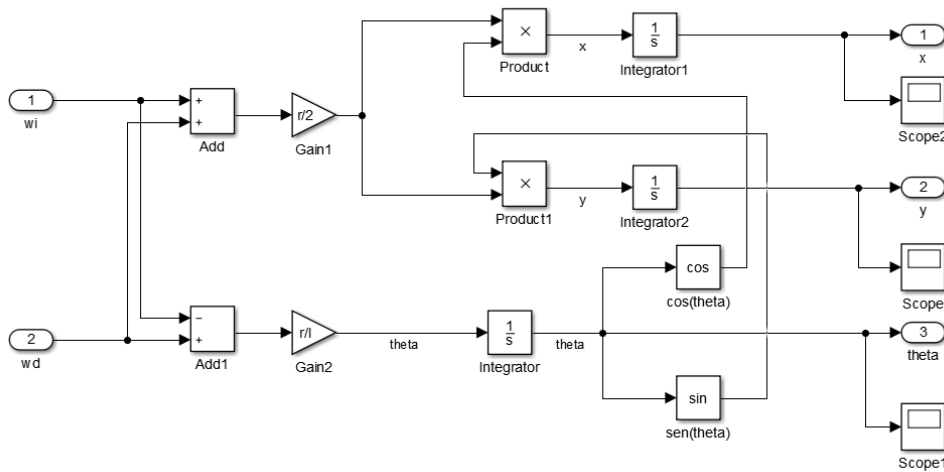


Figura 6.2: Subsistema.

El diagrama en el de la Figura 6.2 se introducen las velocidades angulares para cada una de las llantas, y como variables de salida se obtienen la posición del robot en un plano X,Y. Al realizar una simulación en la cual el robot únicamente realice un desplazamiento lineal, es decir, que la velocidad de ambas ruedas sea igual, se obtiene el comportamiento de la Figura 6.3, en el plano X,Y, y el comportamiento gráfico junto con  $\theta$ , se muestra en la Figura 6.4.

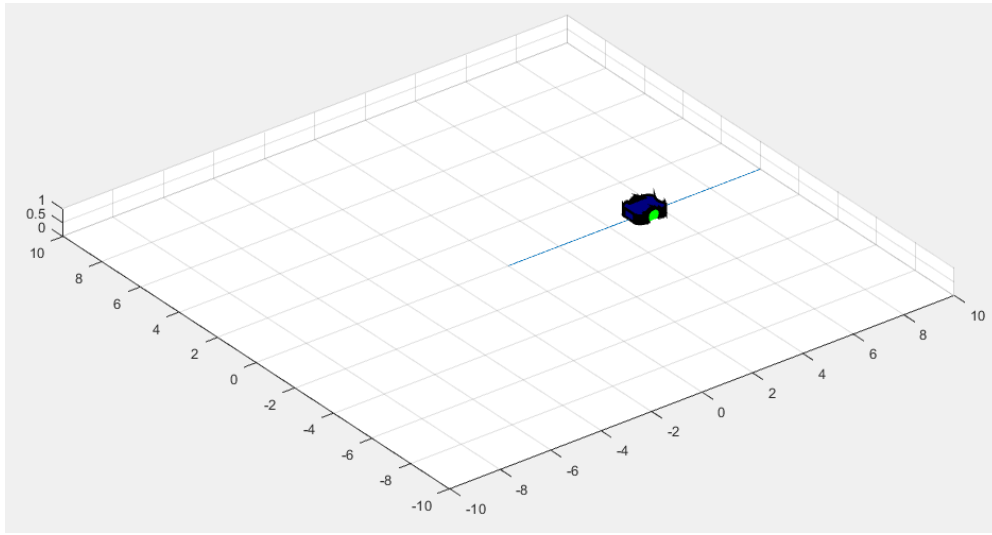
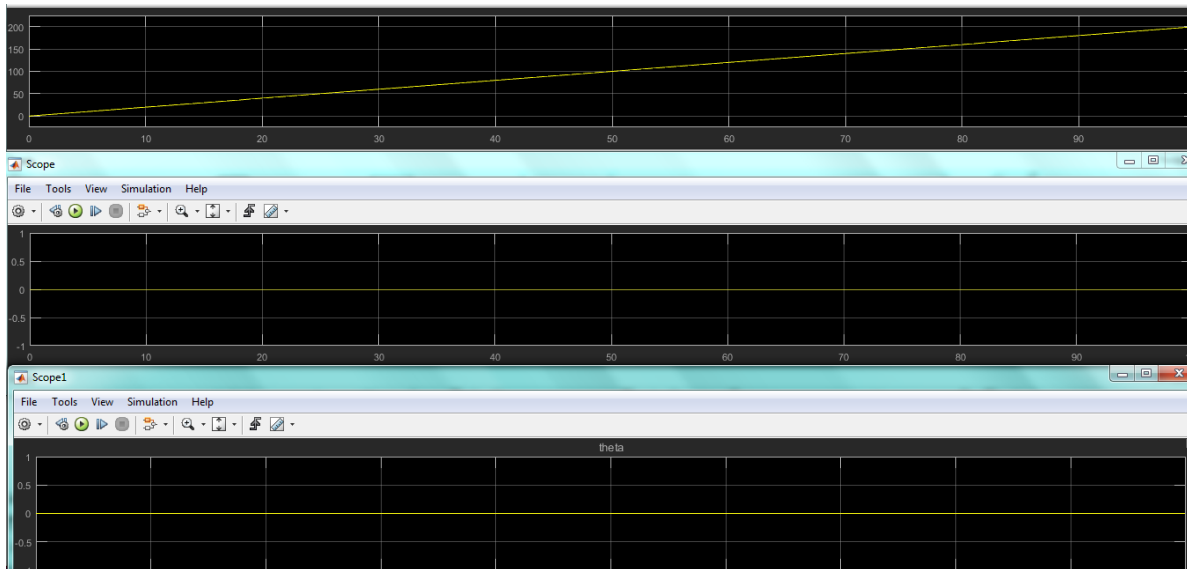


Figura 6.3: Comportamiento en un plano X,Y.

Figura 6.4: Comportamiento de  $X, Y, \theta$ .

Posteriormente realizando una simulación en la cual la velocidad de la rueda derecha es mayor se obtiene los comportamientos mostrado en un plano X,Y como se muestra en la Figura 6.5 y los gráficos en la Figura 6.6.



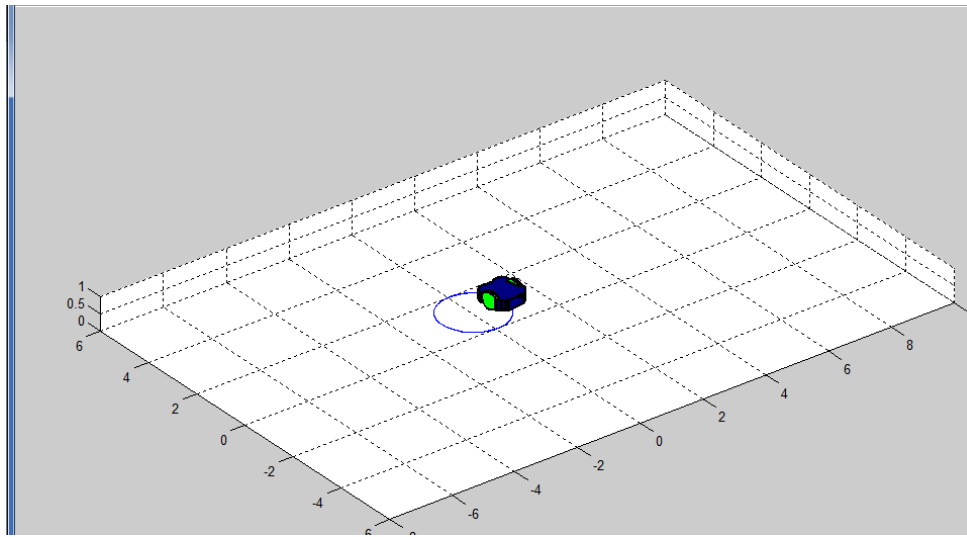


Figura 6.5: Comportamiento en un plano X-Y,  $\omega_d > \omega_i$ .

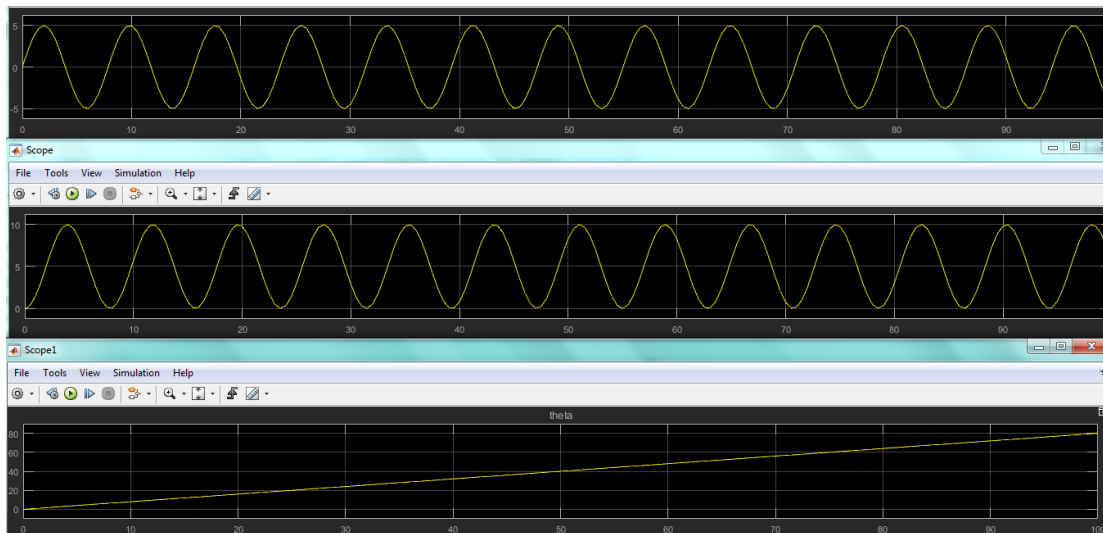


Figura 6.6: Comportamiento de  $X, Y, \theta$ .

## 6.2. Modelo de cinemática inversa

Para la cinemática inversa se determino la siguiente matriz:

$$\begin{bmatrix} w_d \\ w_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\cos\theta}{r} & \frac{\text{sen}\theta}{r} & \frac{l}{r} \\ \frac{\text{sen}\theta}{r} & \frac{\cos\theta}{r} & -\frac{l}{r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}$$

Como puede observarse para este caso, las variables de entrada serán  $\dot{x}, \dot{y}, \dot{\theta}$  y las variables que se obtendrán  $w_d, w_i$ . Es decir de forma inversa a la cinemática directa. Para este modelo

se diseñó el siguiente diagrama de bloques, junto con el subsistema:

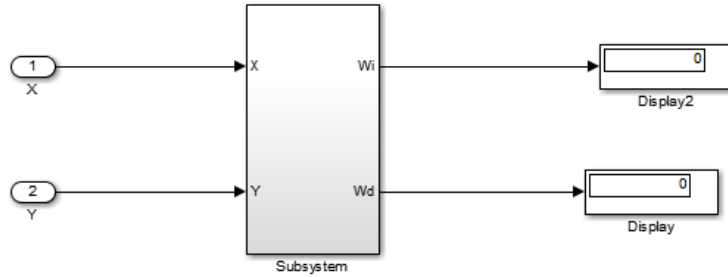


Figura 6.7: Diagrama de bloques.

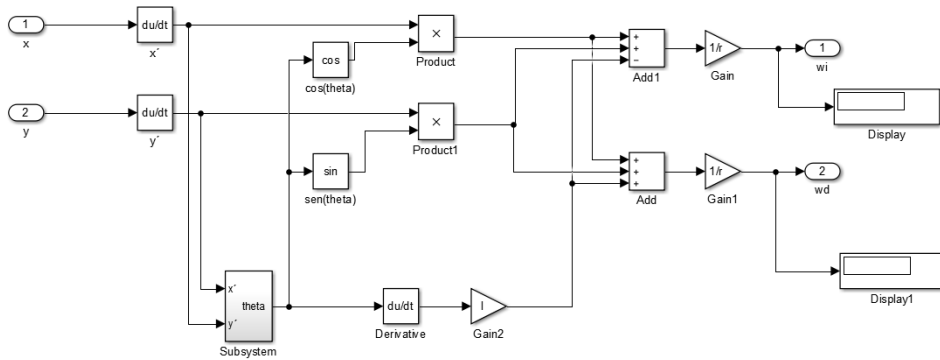


Figura 6.8: Diagrama de bloques, subsistema.

Se dan valores con respecto a la posición en X, Y. Al ingresar estos valores, estos se dirigirán a un bloque de derivación, donde se obtiene  $\dot{x}$ ,  $\dot{y}$ . Ambos valores son ingresados al subsistema para obtener  $\dot{\theta}$ , de ahí se dirige hacia una función seno y coseno, los valores mostrados en la Figura 6.7, son el resultado de la velocidad angular de la rueda derecha e izquierda al proporcionar valores igualitarios.

Se realiza la derivada de  $\theta$  y obtenemos  $\dot{\theta}$ , el primer resultado se dirige hacia el producto de  $x, y$ , estos se suman y  $\theta$  se resta, el resultado se dirige a una multiplicación que es  $\frac{l}{r}$  así mismo se dirige hacia un oscilador para mostrar la gráfica.

El segundo es el producto de  $x, y, \theta$ , el resultado de este se dirige hacia una multiplicación  $\frac{l}{r}$ , el resultado es enviado a un oscilador para mostrar la gráfica de la función.

### 6.2.1. Modelo dinámico

Las siguientes ecuaciones son determinadas para el robot móvil:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \frac{(\omega_d + \omega_i)r}{2} \cos\theta \\ \dot{y} &= \frac{(\omega_d + \omega_i)r}{2} \operatorname{sen}\theta \\ \dot{\theta} &= \frac{(\omega_d - \omega_i)r}{2l} \\ F &= m \left[ \frac{r(\dot{v}_d + \dot{v}_i)}{2} \right] \\ N &= I \left[ \frac{r(\dot{\omega}_d - \dot{\omega}_i)}{2l} \right]\end{aligned}$$

Para este caso se diseñó el siguiente diagrama de bloques y su subsistema en MATLAB.

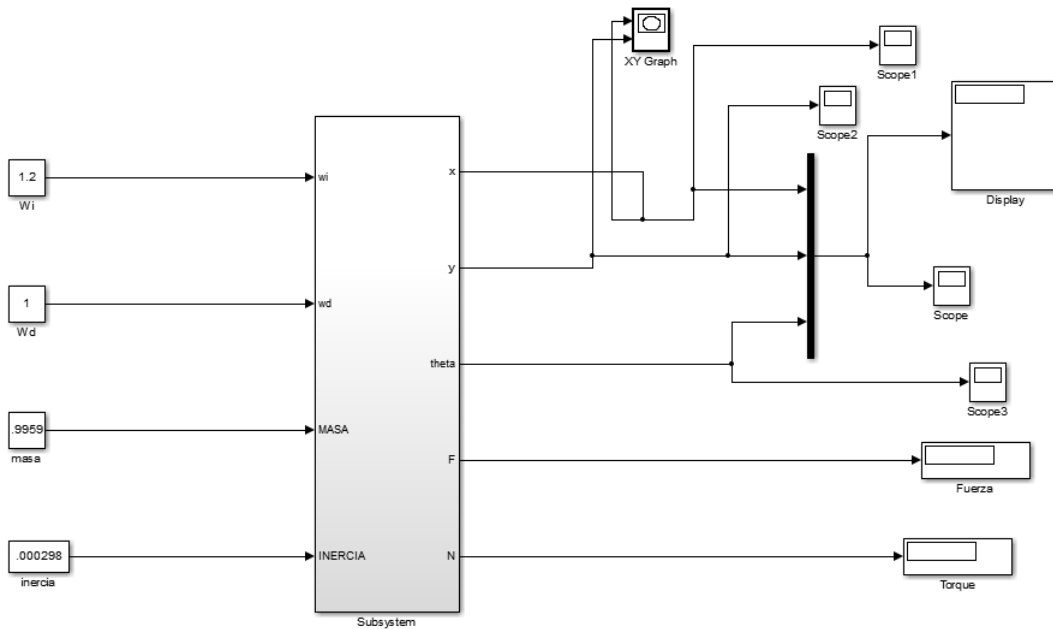


Figura 6.9: Diagrama de bloques, modelo dinámico.

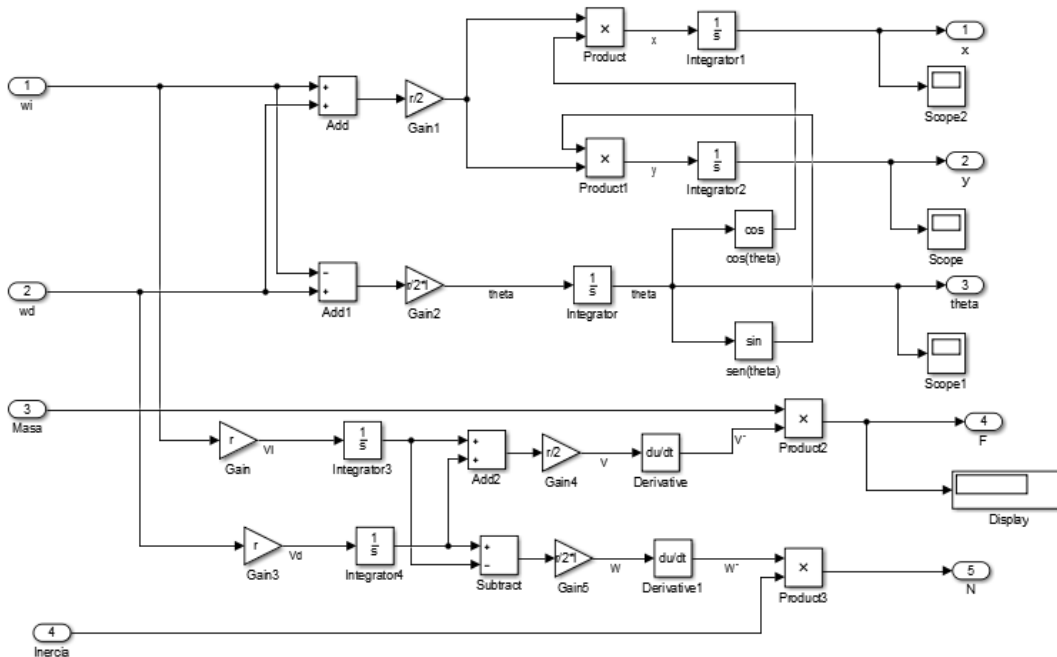


Figura 6.10: Subsistema, modelo dinámico.

Los anteriores diagramas representan la programación usada para simular el comportamiento ante diferentes simulaciones según el modelo dinámico establecido.

Para este caso son cuatro las variables que serán introducidas para ver el comportamiento del robot, estas variables son:  $w_i$  (velocidad angular de la rueda izquierda),  $w_d$  (velocidad angular de la rueda derecha),  $m$  (la masa total del robot),  $I$  (inercia calculada basado en la forma del chasis).

Las 4 variables de entrada se dirigen al subsistema, y se obtiene 5 siglas que son:  $\dot{x}$ ,  $\dot{y}$ ,  $\dot{\theta}$ ,  $F$  (fuerza),  $N$  (torque).

Como complemento se íntegro 1 osciloscopio para observar el comportamiento de las señales de salida,  $\dot{x}$ ,  $\dot{y}$ ,  $\dot{\theta}$ . A demás se implemento un display a cada salida del sistema para observar sus valores. Por ultimo se colocó un gratificador asignado a las salidas  $\dot{x}$ ,  $\dot{y}$ , de manera que se pudiera observar el movimiento del robot móvil en un plano X,Y.

### 6.2.2. Simulación de cooperatividad

Para una representación de cooperatividad simulada se agrego dos robots móviles mas como se muestra en la Figura 6.11, se realiza un modelo cinemático para cada uno de los robots.

$$\begin{aligned} x1p(k) &= x(k) + 3/2 * \sin(\theta(k)) ; \\ y1p(k) &= y(k) - 3/2 * \cos(\theta(k)) ; \end{aligned}$$

Y su integración numérica respecto a cada uno es:

$$\begin{aligned} x1(k+1) &= x(k) + ts * x1p(k) + 3/2 * \sin(\theta(k)) ; \\ y1(k+1) &= y(k) - ts * y1p(k) - 3/2 * \cos(\theta(k)) ; \\ \theta1(k+1) &= \theta1(k) + ts * w(k) ; \end{aligned}$$

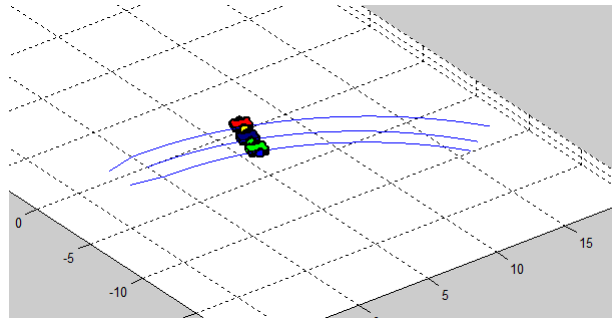


Figura 6.11: Simulación de robots móviles líder y seguidores.

Los robots móviles, simulan una trayectoria en la cual van a la par, los tres tienen la misma velocidad lineal y angular (*Ver apéndices A4. Código de simulación de cooperatividad*).

## Conclusiones y trabajo futuro

En este proyecto se logró el objetivo de comprobar los modelos de cinemática directa, inversa y dinámica, así como las simulaciones llevadas a cabo en Simulink, se plantearon para observar el comportamiento del robot móvil (2,0) ante diferentes entradas, para observar los resultados, previamente a construir un prototipo y cerciorarse que los modelos matemáticos funcionan para el robot móvil.

Para poder realizar este proyecto hubo tropiezos con los cálculos ya que deben de ser los correctos, si se encontraban errores se tenía que hacer todo de nuevo. En las simulaciones fue complicado llevarlo a cabo, éste se realiza como un diagrama y de ahí llevarlo a simular al principio solo era una línea (la simulación del robot móvil) pero haciendo búsquedas se pudo realizar la forma del robot adecuada.

Con la programación me enfrenté a varios retos, ya que tenía programaciones por separado para acciones del robot, de la programación de Arduino, mandar las señales del sensor a la interfaz, se resolvieron gracias a el apoyo de mi asesor y a búsquedas de información profundas, ya que muchos no trabajan la interfaz en visual basic por la toma de lectura de datos que es complicada.

En el mecanismo del robot sólo se encontró problemática al como poder poner una placa con Arduino uno, de modo que todos los componentes puedan tener una buena conexión, así logrando un buen funcionamiento. El robot en su estado aun puede llegar a tener mejoras, así logrando un control sobre él.

### 6.3. Trabajo a futuro

El robot móvil (2,0) puede llegar a tener diversas de actividades, y una de ellas que se le planea dar es el control, logrando en el hacer un balancín, y que trabaje por vía bluetooth, de igual modo, ejecute alguna actividad establecida, con un diseño mejorado.

# Apéndices

## A1. Cinemática Inversa

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{r \cos \theta}{2} & \frac{r \cos \theta}{2} \\ \frac{r \sin \theta}{2} & \frac{r \sin \theta}{2} \\ \frac{r}{2l} & -\frac{r}{2l} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_d \\ \omega_i \end{pmatrix}$$

Tomando como:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= v \cos \theta \\ \dot{y} &= v \sin \theta \\ \dot{\theta} &= \omega \end{aligned}$$

Siendo:

$$\begin{aligned} v &= \frac{r(v_d + v_i)}{2} \\ \omega &= \frac{r(v_d - v_i)}{2l} \end{aligned}$$

Nombramos como matriz  $A$

$$A = \begin{pmatrix} \frac{r \cos \theta}{2} & \frac{r \cos \theta}{2} \\ \frac{r \sin \theta}{2} & \frac{r \sin \theta}{2} \\ \frac{r}{2l} & -\frac{r}{2l} \end{pmatrix}$$

La pseudoinversa es equivalente a:



$$A^+ = (A^T * A)^{-1} * A^T$$

De acuerdo a esto, la traspuesta de la matriz  $A$  es igual a:

$$A^T = \begin{pmatrix} \frac{r \cos \theta}{2} & \frac{r \sin \theta}{2} & \frac{r}{2l} \\ \frac{r \cos \theta}{2} & \frac{r \sin \theta}{2} & -\frac{r}{2l} \end{pmatrix}$$

Sustituyendo tenemos que :

$$(A^T * A)^{-1} = \left[ \begin{pmatrix} \frac{r \cos \theta}{2} & \frac{r \sin \theta}{2} & \frac{r}{2l} \\ \frac{r \cos \theta}{2} & \frac{r \sin \theta}{2} & -\frac{r}{2l} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{r \cos \theta}{2} & \frac{r \cos \theta}{2} \\ \frac{r \sin \theta}{2} & \frac{r \sin \theta}{2} \\ \frac{r}{2l} & -\frac{r}{2l} \end{pmatrix} \right]^{-1}$$

Realizando las operaciones tenemos:

$$(A^T * A)^{-1} = \left[ \begin{pmatrix} \left(\frac{r \cos \theta}{2}\right)^2 + \left(\frac{r \sin \theta}{2}\right)^2 + \left(\frac{r}{2l}\right)^2 & \left(\frac{r \cos \theta}{2}\right)^2 + \left(\frac{r \sin \theta}{2}\right)^2 - \left(\frac{r}{2l}\right)^2 \\ \left(\frac{r \cos \theta}{2}\right)^2 + \left(\frac{r \sin \theta}{2}\right)^2 - \left(\frac{r}{2l}\right)^2 & \left(\frac{r \cos \theta}{2}\right)^2 + \left(\frac{r \sin \theta}{2}\right)^2 + \left(\frac{r}{2l}\right)^2 \end{pmatrix} \right]^{-1}$$

$$(A^T * A)^{-1} = \left[ \begin{pmatrix} \frac{r^2(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta)}{4} + \frac{r^2}{4l^2} & \frac{r^2(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta)}{4} - \frac{r^2}{4l^2} \\ \frac{r^2(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta)}{4} - \frac{r^2}{4l^2} & \frac{r^2(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta)}{4} + \frac{r^2}{4l^2} \end{pmatrix} \right]^{-1}$$

$$(A^T * A)^{-1} = \left[ \begin{pmatrix} \frac{r^2}{4} + \frac{r^2}{4l^2} & \frac{r^2}{4} - \frac{r^2}{4l^2} \\ \frac{r^2}{4} - \frac{r^2}{4l^2} & \frac{r^2}{4} + \frac{r^2}{4l^2} \end{pmatrix} \right]^{-1}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} (\text{Adj } A)^T$$

Para obtener la determinante realizamos:

$$\det A = \left(\frac{r^2}{4} + \frac{r^2}{4l^2}\right)\left(\frac{r^2}{4} + \frac{r^2}{4l^2}\right) - \left(\frac{r^2}{4} - \frac{r^2}{4l^2}\right)\left(\frac{r^2}{4} - \frac{r^2}{4l^2}\right)$$

$$\det A = \left(\frac{r^2}{4} + \frac{r^2}{4l^2}\right)^2 - \left(\frac{r^2}{4} - \frac{r^2}{4l^2}\right)^2$$

$$\det A = \left(\frac{r^4}{16} + 2\frac{r^2}{4} \frac{r^2}{4l^2} + \frac{r^4}{16l^4}\right) - \left(\frac{r^4}{16} - 2\frac{r^2}{4} \frac{r^2}{4l^2} + \frac{r^4}{16l^4}\right)$$

$$\det A = \frac{2r^4}{16l^2} + \frac{2r^4}{16l^2}$$

$$\det A = \frac{4r^4}{16l^2}$$

$$\det A = \frac{r^4}{4l^2}$$

Continuando la resolución:

$$(A^T * A)^{-1} = \frac{1}{r^4} \begin{bmatrix} \frac{l^2 r^2 + r^2}{4l^2} & \frac{r^2 - r^2 l^2}{4l^2} \\ \frac{r^2 - r^2 l^2}{4l^2} & \frac{l^2 r^2 + r^2}{4l^2} \end{bmatrix}$$

$$(A^T * A)^{-1} = \frac{4l^2}{r^4} \begin{bmatrix} \frac{l^2 r^2 + r^2}{4l^2} & \frac{r^2 - r^2 l^2}{4l^2} \\ \frac{r^2 - r^2 l^2}{4l^2} & \frac{l^2 r^2 + r^2}{4l^2} \end{bmatrix}$$

$$(A^T * A)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{4l^2}{r^4} \frac{l^2 r^2 + r^2}{4l^2} & \frac{4l^2}{r^4} \frac{r^2 - r^2 l^2}{4l^2} \\ \frac{4l^2}{r^4} \frac{r^2 - r^2 l^2}{4l^2} & \frac{4l^2}{r^4} \frac{l^2 r^2 + r^2}{4l^2} \end{bmatrix}$$

$$(A^T * A)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{l^2 + 1}{r^2} & \frac{1 - l^2}{r^2} \\ \frac{1 - l^2}{r^2} & \frac{l^2 + 1}{r^2} \end{bmatrix}$$

Por último:

$$A^+ = (A^T * A)^{-1} * A^T$$

$$A^+ = \begin{bmatrix} \frac{l^2 + 1}{r^2} & \frac{1 - l^2}{r^2} \\ \frac{1 - l^2}{r^2} & \frac{l^2 + 1}{r^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \frac{\cos \theta}{2} & r \frac{\text{sen} \theta}{2} & \frac{r}{2l} \\ r \frac{\cos \theta}{2} & r \frac{\text{sen} \theta}{2} & -\frac{r}{2l} \end{bmatrix}$$

$$A^+ = \begin{bmatrix} \frac{rl^2 \cos \theta + 2r \cos \theta - rl^2 \cos \theta}{2r^2} & \frac{rl^2 \text{sen} \theta + 2r \text{sen} \theta - rl^2 \text{sen} \theta}{2r^2} & \frac{rl^2 + r - r + l^2 r}{2lr^2} \\ \frac{rl^2 \cos \theta + 2r \cos \theta - rl^2 \cos \theta}{2r^2} & \frac{rl^2 \text{sen} \theta + 2r \text{sen} \theta - rl^2 \text{sen} \theta}{2r^2} & \frac{-rl^2 + r - r - l^2 r}{2lr^2} \end{bmatrix}$$

$$A^+ = \begin{bmatrix} \frac{2r \cos \theta}{2r^2} & \frac{2r \text{sen} \theta}{2r^2} & \frac{2rl^2}{2lr^2} \\ \frac{2r \cos \theta}{2r^2} & \frac{2r \text{sen} \theta}{2r^2} & \frac{-2rl^2}{2lr^2} \end{bmatrix}$$

$$A^+ = \begin{bmatrix} \frac{\cos \theta}{r} & \frac{\text{sen} \theta}{r} & \frac{l}{r} \\ \frac{\cos \theta}{r} & \frac{\text{sen} \theta}{r} & -\frac{l}{r} \end{bmatrix}$$

Una vez determinada la matriz pseudoinversa se obtiene la cinemática inversa del robot

$$\begin{bmatrix} \omega_d \\ \omega_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\cos \theta}{r} & \frac{\text{sen} \theta}{r} & \frac{l}{r} \\ \frac{\cos \theta}{r} & \frac{\text{sen} \theta}{r} & -\frac{l}{r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}$$

Como resultado final obtenemos una expresión matricial, que nos permite calcular la velocidad angular que debe tener cada rueda, para cumplir el objetivo de tener las velocidades lineal y angular deseadas.

## A2. Código de A\* algoritmo

Código en el que se baso para la trayectoria A\*algoritmo.

```

%%%%%%%%%%
% A* ALGORITHM Demo
% Interactive A* search demo
% 04-26-2005
% Copyright 2009-2010 The MathWorks, Inc.
%%%%%%%%%%

%DEFINE THE 2-D MAP ARRAY
MAX_X=10;
MAX_Y=10;
MAX_VAL=10;
%This array stores the coordinates of the map and the
%Objects in each coordinate
MAP=2*(ones(MAX_X,MAX_Y));

% Obtain Obstacle, Target and Robot Position
% Initialize the MAP with input values
% Obstacle=-1,Target = 0,Robot=1,Space=2
j=0;
x_val = 1;
y_val = 1;
axis([1 MAX_X+1 1 MAX_Y+1])
grid on;
hold on;
n=0;%Number of Obstacles

%BEGIN Interactive Obstacle, Target, Start Location selection
pause(1);
h=msgbox('Selecciona el lugar de la meta dando un click izquierdo');
uiwait(h,5);
if ishandle(h) == 1
delete(h);
end
xlabel('Selecciona el lugar de la meta dando un click izquierdo','Color','
black');
but=0;
while (but ~= 1) %Repeat until the Left button is not clicked
[xval,yval,but]=ginput(1);
end
xval=floor(xval);
yval=floor(yval);
xTarget=xval;%X Coordinate of the Target
yTarget=yval;%Y Coordinate of the Target

MAP(xval,yval)=0;%Initialize MAP with location of the target
plot(xval+.5,yval+.5,'gd');
text(xval+1,yval+.5,'META')

```

```

pause(2);
uiwait(h,10);
if ishandle(h) == 1
delete(h);
end
while but == 1
[xval,yval,but] = ginput(1);
xval=floor(xval);
yval=floor(yval);
MAP(xval,yval)=-1;%Put on the closed list as well
plot(xval+.5,yval+.5,'ro');
end%End of While loop

pause(1);

h=msgbox('Seleccione la posicion inicial del vehiculo conun clik izquierdo.');
```

```

uiwait(h,5);
if ishandle(h) == 1
delete(h);
end
xlabel('Seleccione la posicion inicial del vehiculo ','Color','black');
but=0;
while (but ~= 1) %Repeat until the Left button is not clicked
[xval,yval,but]=ginput(1);
xval=floor(xval);
yval=floor(yval);
end
xStart=xval;%Starting Position
yStart=yval;%Starting Position
MAP(xval,yval)=1;
plot(xval+.5,yval+.5,'bo');
%End of obstacle-Target pickup

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%LISTS USED FOR ALGORITHM
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%OPEN LIST STRUCTURE
%-----
%S ON LIST 1/0 |X val |Y val |Parent X val |Parent Y val |h(n) |g(n)|f(n)|
%-----
OPEN=[];
%CLOSED LIST STRUCTURE
%-----
%X val | Y val |
%-----
%CLOSED=zeros(MAX_VAL,2);
CLOSED=[];

%Put all obstacles on the Closed list
k=1;%Dummy counter
for i=1:MAX_X
```

```

for j=1:MAX_Y
if (MAP(i , j) == -1)
CLOSED(k , 1)=i ;
CLOSED(k , 2)=j ;
k=k+1;
end
end
end
CLOSED.COUNT=size (CLOSED,1) ;
%set the starting node as the first node
xNode=xval ;
yNode=yval ;
OPEN.COUNT=1;
path_cost=0;
goal_distance=distance (xNode , yNode , xTarget , yTarget ) ;
OPEN(OPEN.COUNT , :)=insert_open (xNode , yNode , xNode , yNode , path_cost , goal_distance
, goal_distance ) ;
OPEN(OPEN.COUNT , 1)=0;
CLOSED.COUNT=CLOSED.COUNT+1;
CLOSED(CLOSED.COUNT , 1)=xNode ;
CLOSED(CLOSED.COUNT , 2)=yNode ;
NoPath=1;
%%%%%%%%%%
%START ALGORITHM
%%%%%%%%%%
while ((xNode ~= xTarget || yNode ~= yTarget) && NoPath == 1)
% plot (xNode+.5,yNode+.5, 'go' );
exp_array=expand_array (xNode , yNode , path_cost , xTarget , yTarget , CLOSED , MAX_X ,
MAX_Y) ;
exp_count=size (exp_array , 1) ;
%UPDATE LIST OPEN WITH THE SUCCESSOR NODES
%OPEN LIST FORMAT
%-----
%S ON LIST 1/0 |X val |Y val |Parent X val |Parent Y val |h(n) |g(n)|f(n)|
%-----
%EXPANDED ARRAY FORMAT
%-----
%|X val |Y val ||h(n) |g(n)|f(n)|
%-----
for i=1:exp_count
flag=0;
for j=1:OPEN.COUNT
if (exp_array (i , 1) == OPEN(j , 2) && exp_array (i , 2) == OPEN(j , 3) )
OPEN(j , 8)=min (OPEN(j , 8) , exp_array (i , 5) ) ; %*ok<*SAGROW*
if OPEN(j , 8)== exp_array (i , 5)
%UPDATE PARENTS , gn , hn
OPEN(j , 4)=xNode ;
OPEN(j , 5)=yNode ;
OPEN(j , 6)=exp_array (i , 3) ;
OPEN(j , 7)=exp_array (i , 4) ;
end;%End of minimum fn check
flag=1;

```

```

end;%End of node check
%       if flag == 1
%       break;
end;%End of j for
if flag == 0
OPEN.COUNT = OPEN.COUNT+1;
OPEN(OPEN.COUNT,:) = insert_open(exp_array(i,1),exp_array(i,2),xNode,yNode,
    exp_array(i,3),exp_array(i,4),exp_array(i,5));
end;%End of insert new element into the OPEN list
end;%End of i for
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%END OF WHILE LOOP
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Find out the node with the smallest fn
index_min_node = min_fn(OPEN,OPEN.COUNT,xTarget,yTarget);
if (index_min_node ~= -1)
%Set xNode and yNode to the node with minimum fn
xNode=OPEN(index_min_node,2);
yNode=OPEN(index_min_node,3);
path_cost=OPEN(index_min_node,6);%Update the cost of reaching the parent node
%Move the Node to list CLOSED
CLOSED.COUNT=CLOSED.COUNT+1;
CLOSED(CLOSED.COUNT,1)=xNode;
CLOSED(CLOSED.COUNT,2)=yNode;
OPEN(index_min_node,1)=0;
else
%No path exists to the Target!!
NoPath=0;%Exits the loop!
end;%End of index_min_node check
end;%End of While Loop
%Once algorithm has run The optimal path is generated by starting of at the
%ast node(if it is the target node) and then identifying its parent node
%until it reaches the start node.This is the optimal path

i=size(CLOSED,1);
Optimal_path=[];
xval=CLOSED(i,1);
yval=CLOSED(i,2);
i=1;
Optimal_path(i,1)=xval;
Optimal_path(i,2)=yval;
i=i+1;

if ( (xval == xTarget) && (yval == yTarget))
inode=0;
%Traverse OPEN and determine the parent nodes
parent_x=OPEN(node_index(OPEN,xval,yval),4);%node_index returns the index of
    the node
parent_y=OPEN(node_index(OPEN,xval,yval),5);

while( parent_x ~= xStart || parent_y ~= yStart)
Optimal_path(i,1) = parent_x;

```

```

Optimal_path(i,2) = parent_y;
%Get the grandparents:-)
inode=node_index(OPEN,parent_x , parent_y);
parent_x=OPEN(inode,4);%node_index returns the index of the node
parent_y=OPEN(inode,5);
i=i+1;
end;
j=size(Optimal_path,1);
%Plot the Optimal Path!
p=plot(Optimal_path(j,1)+.5,Optimal_path(j,2)+.5,'bo');
j=j-1;
for i=j:-1:1
pause(.25);
set(p,'XData',Optimal_path(i,1)+.5,'YData',Optimal_path(i,2)+.5);
drawnow ;
end;
plot(Optimal_path(:,1)+.5,Optimal_path(:,2)+.5);
else
pause(1);
h=msgbox('Sorry, No path exists to the Target!','warn');
uiwait(h,5);
end

```

### A3. Código de Arduino

En [53], se menciona el código de Arduino Uno r3 que se utilizó para el sensor IMU-5060.

```

// Librerías I2C para controlar el mpu6050
// la librería MPU6050.h necesita I2Cdev.h, I2Cdev.h necesita Wire.h
#include "I2Cdev.h"
#include "MPU6050.h"
#include "Wire.h"

MPU6050 sensor;

// Valores RAW (sin procesar) del acelerometro y giroscopio en los ejes x,y,z
int ax, ay, az;
int gx, gy, gz;

void setup() {
  Serial.begin(57600); //Iniciando puerto serial
  Wire.begin(); //Iniciando I2C
  sensor.initialize(); //Iniciando el sensor

  if (sensor.testConnection()) Serial.println("Sensor iniciado correctamente");
  else Serial.println("Error al iniciar el sensor");
}

void loop() {

```

```

// Leer las aceleraciones y velocidades angulares
sensor.getAcceleration(&ax, &ay, &az);
sensor.getRotation(&gx, &gy, &gz);

//Mostrar las lecturas separadas por un [tab]
Serial.print("a[x y z] g[x y z]:\t");
Serial.print(ax); Serial.print("\t");
Serial.print(ay); Serial.print("\t");
Serial.print(az); Serial.print("\t");
Serial.print(gx); Serial.print("\t");
Serial.print(gy); Serial.print("\t");
Serial.println(gz);

delay(100);
}

```

## A4. Código de simulación de cooperatividad

Se muestra el código de Simulink de los robots móviles realizando una tarea cooperativa.

```

clc
clear all
close all

ts=0.02;           %representa el intervalo de tiempo de muestreo%
t=0:ts:20;        %indica el lapso de tiempo en el que se hara el muestreo%

u=1*ones(1,length(t)); %representa la velocidad lineal del robot%
w=-0.05*ones(1,length(t)); %represent la velocidad angular del robot%

x(1)=0;           %definimos la posicion inicial en x,y,phi%
y(1)=0;
theta(1)=0;
%%%%%%%%%%%%%%
x1(1)=-2;
y1(1)=-1;
theta1(1)=0;
%%%%%%%%%%%%%%
x2(1)=-2;
y2(1)=1;
theta2(1)=0;

for k=1:length(t) %abrimos un bucle de simulacion%

xp(k)=u(k)*cos(theta(k)); %Aplicamos nuestro modelo cinematico%
yp(k)=u(k)*sin(theta(k));

x(k+1)=x(k)+ts*xp(k); %Aplicamos una integracion numerica%
y(k+1)=y(k)+ts*yp(k);

```



```

theta(k+1)=theta(k)+ts*w(k);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
x1p(k)= x(k)+ 3/2*sin(theta(k)) ;
y1p(k)= y(k)- 3/2*cos(theta(k));

x1(k+1)=x(k)+ts*x1p(k)+ 3/2*sin(theta(k));
y1(k+1)=y(k)-ts*y1p(k)- 3/2*cos(theta(k));
theta1(k+1)=theta1(k)+ts*w(k);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
x2p(k)= x(k)- 3/2*sin(theta(k)) ;
y2p(k)= y(k)+ 3/2*cos(theta(k));

x2(k+1)=x(k)+ts*x2p(k)- 3/2*sin(theta(k));
y2(k+1)=y(k)-ts*y2p(k)+ 3/2*cos(theta(k));
theta2(k+1)=theta2(k)+ts*w(k);

end

pasos=30; fig=figure;                                     %ploteo de la trayectoria%
set(fig, 'position',[10 60 980 600]);                   %realizada por el robot al%
axis square; cameratoolbar                               %aplicar velocidad angular%
axis([-8 20 -20 20 0 1]); grid on                       %y lineal%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
MobileRobot;
M1=MobilePlot(x(1),y(1),theta(1));
hold on, plot(x,y);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
MobileRobot1;
M2=MobilePlot1(x1(1),y1(1),theta1(1));
hold on, plot(x1,y1);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
MobileRobot2;
M3=MobilePlot2(x2(1),y2(1),theta2(1));
hold on, plot(x2,y2);

for i=1:pasos:length(t)

delete (M1)
M1=MobilePlot(x(i),y(i),theta(i)); hold on

delete (M2)
M2=MobilePlot1(x1(i),y1(i),theta1(i)); hold on

delete (M3)
M3=MobilePlot2(x2(i),y2(i),theta2(i)); hold on

pause(0.5)

end

```

## A5. Cronograma de actividades.



# Bibliografía

- [1] B. Sotelo, V. Ricardo, G. Sánchez, J. Rafael, and S. O. Ramón, “Robots móviles: Evolución y estado del arte i,” *Instituto Politécnico Nacional México*, vol. 1, no. 35, pp. 1–12, 2007.
- [2] RobotShop, “Kit de robot móvil triangular omnidireccional de 100mm o3wd,” <https://www.robotshop.com/es/es/kit-robot-movil-triangular-omnidireccional-dde-100mm-o3wd.html>, 2019.
- [3] G. Robots, “Pioneer p3-dx mobile robot,” <https://www.generationrobots.com/en/402395-robot-mobile-pioneer-3-dx.html>.
- [4] L. Guyot, N. Heiniger, O. Michel, and F. Rohrer, “Teaching robotics with an open curriculum based on the e-puck robot, simulations and competitions.”
- [5] M. López, “Este es el primer almacén robotizado de amazon en españa,” <https://www.xataka.com/robotica-e-ia/este-es-el-primer-almacen-robotizado-de-amazon-en-espana>, 2017.
- [6] R. Álvarez, “Ver cómo opera un almacén con 100 robots es la forma más increíble de entender lo que nos depara el futuro,” [tiny.cc/9jw8dz](http://tiny.cc/9jw8dz), 2017.
- [7] E. R. Ramos, S. R. Morales, and G. R. S. Ortigoza, “Modelado, simulación y construcción de un robot móvil de ruedas tipo diferencial,” Tech. Rep., 2010.
- [8] EPA, “Configurar el mpu6050,” <https://www.diarioelectronicohoy.com/blog/configurar-el-mpu6050>, 2018.
- [9] N. MECHATRONICS, “Modelo drv-l298n,” <https://naylampmechatronics.com/drivers/11-driver-puente-h-l298n.html>.
- [10] Robologs, “Tutorial de arduino y mpu-6050,” <https://robologs.net/2014/10/15/tutorial-de-arduino-y-mpu-6050/>, 2014.
- [11] SanDoRobotics, “Motorreductor de plástico hp, 3mm con eje extendido,” <https://sandorobotics.com/producto/1520/>, 2019.

- [12] C. Y. S. Cervantes., “Técnicas de control automático para la tarea de seguimiento de trayectorias en robots móviles de ruedas,” Master’s thesis, Instituto Politécnico Nacional.
- [13] D. M. Chércoles, “Historia de la automática una introducción al estudio de los autómatas y el control desde la historia de la tecnología,” *Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática*, no. 1, p. 68, 2001.
- [14] B. Sotelo, V. Ricardo, G. Sánchez, J. Rafael, and R. Silva Ortigoza, “Robots móviles: Evolución y estado del arte,” *Pollibits*, no. 35, pp. 12–17, 2007.
- [15] Wikipedia, “Automates-jaquet-droz,” <https://es.m.wikipedia.org/wiki/Archivo:Automates-Jaquet-Droz-p1030490.jpg>, 2005.
- [16] D. S. Lorca, “Rossums universal robots de capek casi un siglo de robots,” *Esclavista Complutense*, no. 1, pp. 211–218, 2002.
- [17] A. M. Benito, “El primer robot industrial: Unimate,” <https://robotsinaction.com/el-primer-robot-industrial-unimate/>, 2019.
- [18] S. Vinssa, “La historia y evolución de los robots automatizados en la industria,” <https://blog.vinssa.com/la-historia-y-evolucion-de-los-robots-automatizados-en-la-industria>, 2018.
- [19] A. O. Baturone, *Robótica Manipuladores y robots móviles*. Barcelona, España: Marcocombo, 2001.
- [20] U. Cortés, A. Castañeda, A. Benítez, and A. Díaz, “Control de movimiento de un robot móvil tipo diferencial robot,” 2015, pp. 12–17.
- [21] T. Arai, E. Pagello, and L. E. Parker, “Editorial: Advances in multi-robot systems,” *IEEE TRANSACTIONS ON ROBOTICS AND AUTOMATION*, vol. 18, no. 5, pp. 655–661, 2002.
- [22] “Una introducción a los robots moviles,” 2008.
- [23] “Robots móviles terrestres,” pp. 2–23.
- [24] “Mecanismos: Ejes y ruedas,” p. 6.
- [25] A. L. Valverde, “Sistema locomotor y de localización de un microrobot (eurobot 2009),” España, 2009.
- [26] F. Gomez-Bravo, J. M. García, R. J. Naharro, J. A. G. Galán, and M. S. Raya, “Plataforma experimental para el estudio de la vulnerabilidad hardware en los robots móviles: el bus i2c como caso de estudio,” *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial*, no. 14, pp. 205–216, 2017.

- [27] G. S. A. Cobos. and A. D. A. Saldaña, “Diseño y construcción de un robot móvil tele operado para la asistencia en operaciones de alto riesgo del cuerpo de bomberos,” Ecuador, 2012.
- [28] A. R. Guevara. and L. E. S. Guzmán., “Formación de robots móviles mediante el uso de controladores,” *Ing.USBMed*, vol. 4, no. 2, pp. 62–65, 2013.
- [29] I. Doroftei, V. Grosu, and V. Spinu, “Omnidirectional mobile robot - design and implementation,” España, Tech. Rep., 2007.
- [30] A. E. S. Arriaga and A. M. S. Balpuesta, “Plataforma móvil omnidireccional de cuatro llantas suecas (mecanum) en configuración “ab”,” México.
- [31] mobilerobots, “Pioneer 3- dx,” *adept*, p. 2, 2011.
- [32] CYBERBOTICS, “e-puck mini mobile robot from epfl,” *EPA*, p. 2, 2015.
- [33] P. J. T. Martínez, “Optimización en sistemas multi-robot mediante embodied evolution,” Ph.D. dissertation, Universidade Da Coruña, España, Coruña, 2017.
- [34] D. R. Hidalgo, E. C. Bravo, and B. B. Cortés, “Control strategy based on swarms algorithms to cooperative payload transport using a non- holonomic mobile robots group,” *IEEE LATIN AMERICA TRANSACTIONS*, vol. 14, no. 2, pp. 445–456, 2016.
- [35] G. Sergio, R. Sebastián, F. G. Beatriz, and B.-C. Bladimir, “Programmable mobile robots as hands on platform for basic programming,” *Sistemas and Telemática*, vol. 15, no. 41, pp. 57–73, 2017.
- [36] L. E. S. Guzmán, D. R. A. Flórez, M. A. M. Villa, and C. A. P. Rojas, “Sistema de transporte cooperativo desarrollado para un grupo de robots móviles no-holonómicos usando el método líder virtual,” Bogotá, Colombia, 2015, pp. 265–271.
- [37] L. F. M. Clavijo., R. H. E. Mesa., and B. L. T. Orjuela., “Diseño e implementación de robots cooperativos montacargas.”
- [38] L. P. L. H., M. H. Ernesto, and G. P. Ernesto, “Estado del arte en robotica movil autonoma distribuida,” *Conciencia Tecnológica*, no. 17, p. 5, 2001.
- [39] Amazon, “Amazon robotics,” <https://www.amazonrobotics.com/#/vision>, 2015.
- [40] Amazon.com, “What robots do (and don’t do) at amazon fulfillment centers,” <https://www.aboutamazon.com/amazon-fulfillment/our-innovation/what-robots-do-and-dont-do-at-amazon-fulfillment-centers/>, 2019.
- [41] “Los robots reducen un 70mensajería de china,” [tiny.cc/jrv8dz](http://tiny.cc/jrv8dz), 2012.
- [42] J. J. Craig, *ROBÓTICA*. México: PEARSON, Educación, 2006.

- [43] calculo.cc, “Ecuaciones trigonométricas,” [http://calculo.cc/temas/temas.trigonometria/trigonometria/teoria/trigo\\_ecuaciones.html?fbclid=IwAR1NjXRecB2IsyVaKtZl2dDNCcDzTxbLqVpVK5QeZj0\\_XvdYgcZmXo9Nidc](http://calculo.cc/temas/temas.trigonometria/trigonometria/teoria/trigo_ecuaciones.html?fbclid=IwAR1NjXRecB2IsyVaKtZl2dDNCcDzTxbLqVpVK5QeZj0_XvdYgcZmXo9Nidc).
- [44] L. E. S. Guzmán, M. A. M. Villa, and E. L. R. Vásquez, “Seguimiento de trayectorias con un robot móvil de configuración diferencial,” *Ing. USBMed*, vol. 5, no. 1, p. 9, 2014.
- [45] I. E. R. R. Silvestre, “Control punto a punto para seguimiento de trayectorias de un robot móvil de ruedas tipo diferencial,” Master’s thesis, Instituto Politécnico Nacional, México D.F., 2011.
- [46] R. C. HIBBELER, *INGENIERÍA MECÁNICA ESTÁTICA*. Estado de México: PEARSON EDUCACIÓN, 2010.
- [47] I. R. M. Guerrero, “Construcción y localización de un robot móvil diferencial para la evasión de obstáculos mediante campos potenciales artificiales y control automático,” Master’s thesis, Instituto Politécnico Nacional, 2010.
- [48] R. B. Games, “Introduction to a\*,” <http://theory.stanford.edu/~amitp/GameProgramming/AStarComparison.html>, 2019.
- [49] GeeksforGeeks, “A\* search algorithm,” <https://www.geeksforgeeks.org/a-search-algorithm/>.
- [50] IDELab, “Algoritmo a\*,” <http://idelab.uva.es/algoritmo>, 2013.
- [51] N. C. P. PÉREZ and D. A. S. AVELLANEDA, “Diseño, modelamiento y simulación 3d de un robot móvil para exploración de terrenos,” Ph.D. dissertation, UNIVERSIDAD DE LA SALLE, Bogota, 2019.
- [52] A. UNO, “Arduino uno,” <http://arduino.cl/arduino-uno/>, 2013.
- [53] N. mechatronics, “Tutorial mpu6050, acelerómetro y giroscopio,” <https://naylampmechatronics.com/blog/45-Tutorial-MPU6050-Aceler%C3%B3metro-y-Giroscopio.html>.