# Práctica No. 9

## LABORATORIO DE MECATRÓNICA

## Ingeniería Mecatrónica

| No. Práctica | Nombre de la Unidad de Aprendizaje | Nombre de la Práctica | Duración (horas) |
|---|---|---|---|
| **9** | Análisis de circuitos en CA | **Fasores y transformada de Laplace** | 2 |

| | |
|---|---|
| **Alumno (nombre y firma):** | |
| **Docente (nombre y firma):** | |
| **Fecha de la práctica:** | |
| **Calificación:** | |

| No. Práctica | Nombre de la Unidad de Aprendizaje | Nombre de la Práctica | Duración (horas) |
|---|---|---|---|
| **9** | Análisis de circuitos en CA | **Fasores y transformada de Laplace** | 2 |

## 1.- INTRODUCCIÓN

El desfase entre dos ondas es la diferencia entre sus dos fases. Habitualmente, esta diferencia de fase se mide en un mismo instante para las dos ondas, pero no siempre en un mismo lugar del espacio. Dicho desfase se puede medir mediante:

- Un ángulo (en radianes o en grados o aún en giros).
- Un tiempo (en segundos o como un múltiplo o una fracción del período).
- Una distancia (en metros o como un múltiplo o una fracción de la longitud de onda).

La noción de desfase no se limita a las ondas sinusoidales. Se puede hablar de desfase de cualquier tipo de onda o fenómeno periódico. En el caso de ondas o fenómenos de período diferente, el desfase puede carecer de interés. Para los fenómenos no periódicos, solo se puede hablar de *avance* o *retardo*.

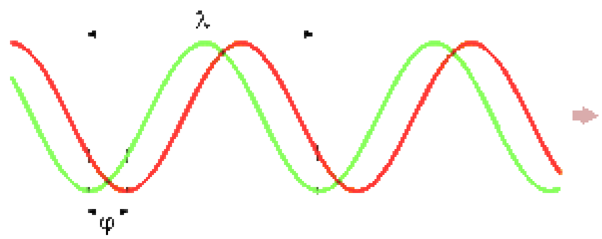



Figura No. 1 Ejemplo de desfase entre dos ondas.

| 2.- OBJETIVO (Competencia Específica a Desarrollar) | RESULTADOS DEL APRENDIZAJE |
|---|---|
| Desarrollar, construir y modelar parámetros de corriente y voltaje en circuitos mediante fasores y su equivalencia con la Transformada de Laplace. | Aprender el modelado, la respuesta y el desfasamiento de los circuitos mediante fasores para el modelado y simulación de circuitos eléctricos de ca. |

## 3.- CONOCIMIENTOS PREVIOS (Competencias previas)

El alumno deberá contar previamente con un conocimiento sobre circuitos con fasores, mediciones e implementaciones.

## 4.- ACTIVIDADES DE ENSEÑANZA (Docente)

Explicar al alumno las principales herramientas para el llevar a cabo el modelado de circuitos con fasores, además de aprender para medir parámetros.

## 5.- ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE (Alumno)

Realiza la implementación de diversos circuitos, la medición de parámetros y comparar mediante cálculos, simulación y mediciones reales los datos obtenidos durante la práctica correspondiente mediante el software y validar dichos resultados mediante cálculos matemáticos.

## 6.- DESCRIPCIÓN DEL PROCEDIMIENTO

### 6.1 Equipo necesario y material de apoyo

- Software especializado para simular circuitos
- Computadora
- Osciloscopio
- Generador de funciones.
- Hojas para tomar notas

### 6.2 Desarrollo de la práctica

***Leer la práctica y realizar los cálculos correspondientes de los circuitos eléctricos presentados.***

***Nota: realizar solamente la investigación y los cálculos.***

**Desfasamiento**

1. ***Investigar porqué existe el desfasamiento en un circuito de c.a. cuando se inserta una señal senoidal, en caso especifico el desfasamiento de corriente en un inductor y el voltaje en un capacitor.***
2. ***Investigar como medir el ángulo de desfasamiento en un osciloscopio (existen varias formas).***

**Transformada de Laplace**

Como hemos visto en capítulos anteriores, es útil transformar las ecuaciones describiendo un circuito desde el dominio de tiempo hasta el dominio de frecuencia, luego efectuar un análisis y, finalmente, transformar la solución del problema de vuelta al dominio de tiempo. Recuerde que definimos el fasor como una transformación matemática para simplificar el hallazgo de la respuesta de estado estable de un circuito a una entrada senoidal. Utilizando la transformación de fasores, solucionamos ecuaciones algebraicas que tienen coeficientes compuestos en vez de despejar ecuaciones diferenciales, si bien con coeficientes reales. El método de transformar se resume en la figura 2. En este capítulo utilizaremos la transformada de Laplace en vez de la transformación de fasores, para transformar ecuaciones diferenciales en ecuaciones algebraicas. Esto nos permitirá determinar la respuesta total para diversas funciones de entrada en vez de respuestas de estado estable para entradas senoidales. (La respuesta total consta de la respuesta de estado estable a una con la parte transitoria de la respuesta.

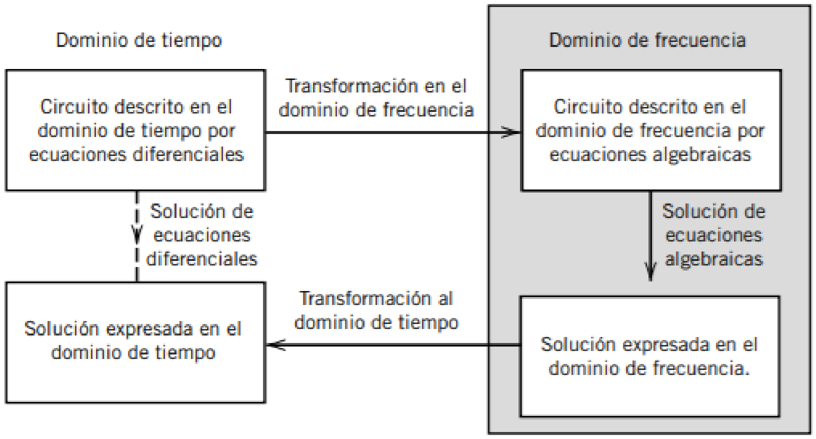



Figura No. 2 Conceptualización de la transformada de Laplace.

La transformada de Laplace de un lado o unilateral se define como:

$$F(s) = \mathscr{L}[f(t)] = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st}dt$$

*Donde s es una variable compuesta definida como*

$$s = \sigma + j\omega$$

***Recordando el uso de fasores se tiene:***

| ***Componente*** | ***Forma polar*** | ***Forma rectangular*** | ***Transformada de Laplace*** |
|---|---|---|---|
| ***Resistencia*** | $\mathbf{R\underline{/0^{\circ}}}$ | $\boldsymbol{R}$ | $\boldsymbol{R}$ |
| ***Capacitor*** | $\mathbf{C\underline{/90^{\circ}}}$ | $\boldsymbol{j\omega L}$ | $\boldsymbol{sL}$ |
| ***Inductor*** | $\mathbf{L\underline{/-90^{\circ}}}$ | $\boldsymbol{\frac{1}{j\omega C} = -j\omega C}$ | $\boldsymbol{\frac{1}{sC} = -sC}$ |

Figura No. 3 Fasores y transformada de Laplace de elementos de circuitos.

En otras palabras $\boldsymbol{j\omega = s}$.

Algunas transformadas de Laplace de algunas señales son:

| $f(t)$ para $t > 0$ | $F(s) = \mathscr{L}[f(t)u$ |
|---|---|
| $\delta(t)$ | $1$ |
| $u(t)$ | $\frac{1}{s}$ |
| $e^{-at}$ | $\frac{1}{s+a}$ |
| $t$ | $\frac{1}{s^2}$ |
| $t^n$ | $\frac{n!}{s^{n+1}}$ |
| $e^{-at}t^n$ | $\frac{n!}{(s+a)^{n+1}}$ |
| $\operatorname{sen}(\omega t)$ | $\frac{\omega}{s^2+\omega^2}$ |
| $\cos(\omega t)$ | $\frac{s}{s^2+\omega^2}$ |
| $e^{-at}\operatorname{sen}(\omega t)$ | $\frac{\omega}{(s+a)^2+\omega^2}$ |
| $e^{-at}\cos(\omega t)$ | $\frac{s+a}{(s+a)^2+\omega^2}$ |

Figura No. 4 Transformada de Laplace de algunas señales.

Ejemplo 1 de la transformada de Laplace:

Encuentre la transformada de Laplace de $5 - 5e^{-2t}(1 + 2t)$.

**Solución**

A partir de la linealidad $\mathscr{L}\left[5 - 5e^{-2t}(1+2t)\right] = 5\,\mathscr{L}[1] - 5\,\mathscr{L}\left[e^{-2t}(1+2t)\right]$

Utilizamos el cambio de frecuencia de la tabla 14.2-2 con $f(t) = 1 + 2t$ y nos da

$$\mathscr{L}\left[e^{-2t}(1+2t)\right] = \mathscr{L}\left[e^{-2t}f(t)\right] = F(s+2)$$

donde $F(s) = \mathscr{L}[f(t)] = \mathscr{L}[1+2\,t] = \mathscr{L}[1] + 2\,\mathscr{L}[t] = \frac{1}{s} + 2\left(\frac{1}{s^2}\right)$

A continuación, $F(s+2) = F(s)|_{s \leftarrow s+2}$

Es decir, debemos reemplazar cada $s$ en $F(s)$ por $s + 2$ para obtener $F(s + 2)$:

$$F(s+2) = \left(\frac{1}{s} + 2\left(\frac{1}{s^2}\right)\right)\Bigg|_{s\leftarrow s+2} = \frac{1}{s+2} + 2\left(\frac{1}{(s+2)^2}\right) = \frac{s+2+2(1)}{(s+2)^2} + \frac{s+4}{s^2+4s+4}$$

Conjuntando todo resulta

$$\mathscr{L}\left[5 - 5e^{-2t}(1+2t)\right] = 5\left(\frac{1}{s}\right) - 5\left(\frac{s+4}{s^2+4s+4}\right) = \frac{5(s^2+4s+4) - 5s(s+4)}{s(s^2+4s+4)} = \frac{20}{s(s^2+4s+4)}$$

Ejemplo 2 de la transformada de Laplace

Encuentre la transformada de Laplace de $10\,e^{-4t}\cos(20t + 36.9°)$.

**Solución**

La tabla 14.2-1 tiene entradas para $\cos(\omega t)$ y sen $(\omega t)$, pero no para $\cos(\omega t + \theta)$. Podemos utilizar la identidad

trigonométrica $A\cos(\omega t + \theta) = (A\cos\theta)\cos(\omega t) - (A\,\mathrm{sen}\,\theta)\,\mathrm{sen}\,(\omega t)$

para escribir $10\cos(20t + 36.9°) = 8\cos(20t) - 6\,\mathrm{sen}\,(20t)$

Ahora utilizamos la linealidad para escribir

$$\begin{aligned}\mathscr{L}[10e^{-4t}\cos(20t + 36.9°)] &= \mathscr{L}[e^{-4t}(8\cos(20t) - 6\,\mathrm{sen}\,(20t))]\\ &= 8\,\mathscr{L}[e^{-4t}\cos(20t)] - 6\mathscr{L}[e^{-4t}\,\mathrm{sen}\,(20t)]\end{aligned}$$

Al utilizar los cambios de frecuencia de la tabla 14.2-2 con $f(t) = \cos(20t)$ resulta

$$\mathscr{L}\left[e^{-4t}\cos(20t)\right] = \mathscr{L}\left[e^{-4t}f(t)\right] = F(s+4)$$

donde $$F(s) = \mathscr{L}[f(t)] = \mathscr{L}[\cos(20t)] = \frac{s}{s^2+20^2} = \frac{s}{s^2+400}$$

A continuación, $$F(s+4) = F(s)\big|_{s\leftarrow s+4}$$

Es decir, debemos reemplazar $s$ en $F(s)$ por $s+4$ para obtener $F(s+4)$:

$$\mathscr{L}\left[e^{-4t}\cos(20t)\right] = F(s+4) = \left.\frac{s}{s^2+400}\right|_{s\leftarrow s+4} = \frac{s+4}{(s+4)^2+400} = \frac{s+4}{s^2+8s+416}$$

Del mismo modo $$\mathscr{L}\left[e^{-4t}\operatorname{sen}(20t)\right] = \left.\frac{20}{s^2+400}\right|_{s\leftarrow s+4} = \frac{20}{(s+4)^2+400} = \frac{20}{s^2+8s+416}$$

Conjuntado todo nos da

$$\mathscr{L}\left[10e^{-4t}\cos(20t+36.9^\circ)\right] = 8\left(\frac{s+4}{s^2+8s+416}\right) - 6\left(\frac{20}{s^2+8s+416}\right) = \frac{8s-88}{s^2+8s+416}$$

**Transformada inversa de Laplace**

3. ***Investigar cómo está definida la transformada inversa de Laplace (matemáticamente).***

Ejemplo de la transformada inversa de Laplace.

Encuentre la transformada inversa de Laplace de $F(s) = \dfrac{s+3}{s^2+7s+10}$.

**Solución**

La $F(s)$ dada es en verdad una función racional propia. Descomponga el denominador y desarrolle una expansión de fracción parcial

$$F(s) = \frac{s+3}{s^2+7s+10} = \frac{s+3}{(s+2)(s+5)} = \frac{R_1}{s+2} + \frac{R_2}{s+5}$$

donde $$R_1 = (s+2)\left.\left(\frac{s+3}{(s+2)(s+5)}\right)\right|_{s=-2} = \left.\frac{s+3}{s+5}\right|_{s=-2} = \frac{-2+3}{-2+5} = \frac{1}{3}$$

y $$R_2 = (s+5)\left.\left(\frac{s+3}{(s+2)(s+5)}\right)\right|_{s=-5} = \left.\frac{s+3}{s+2}\right|_{s=-5} = \frac{-5+3}{-5+2} = \frac{2}{3}$$

Entonces $$F(s) = \frac{\frac{1}{3}}{s+2} + \frac{\frac{2}{3}}{s+5}$$

Utilizando linealidad y tomando la transformada inversa de Laplace de cada término resulta

$$F(t) = \mathscr{L}^{-1}[F(s)] = \mathscr{L}^{-1}\left[\frac{\frac{1}{3}}{s+2} + \frac{\frac{2}{3}}{s+5}\right] = \frac{1}{3}\mathscr{L}^{-1}\left[\frac{1}{s+2}\right] + \frac{2}{3}\mathscr{L}^{-1}\left[\frac{1}{s+5}\right] = \frac{1}{3}e^{-2t} + \frac{2}{3}e^{-5t} \text{ para } t \geq 0$$

## 4. Encuentre la transformada inversa de Laplace

$$F(s) = \frac{4}{(s+1)^2(s+2)}.$$

## Solución de circuitos mediante la transformada de Laplace

Podemos resolver un conjunto de ecuaciones diferenciales que describen un circuito eléctrico mediante la transformada de Laplace de una variable y sus derivadas. He aquí el procedimiento:

1. Aplique las leyes de Kirchhoff y las ecuaciones de elementos para representar el circuito por una ecuación diferencial o un conjunto de ecuaciones diferenciales.
2. Transforme cada ecuación diferencial en una ecuación algebraica tomando la transformada de Laplace de ambos lados de la ecuación.
3. Despeje las ecuaciones algebraicas para obtener la transformada de Laplace de la salida del circuito.
4. Tome la transformada de Laplace para obtener el circuito de salida en sí.

Encuentre $v_C(t)$ para el circuito que se muestra en la figura 14.6-1 cuando $i_L(0-) = 0.5$ A y $v_C(0-) = 2.5$ V.

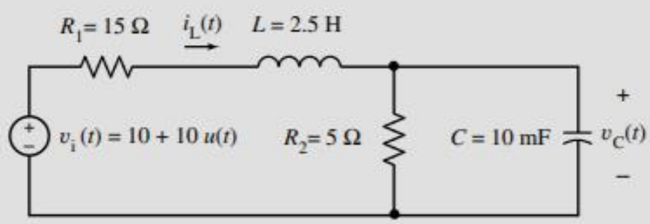



FIGURA 14.6-1. El circuito considerado en el ejemplo 14.6-1.

## Solución

Aplique la KCL al nodo superior de $R_2$ para obtener

$$i_L(t) = \frac{v_C(t)}{R_2} + C\frac{d\,v_C(t)}{dt} \tag{14.6-1}$$

Aplique la KVL al enlace izquierdo para obtener

$$v_1(t) = R_1 i_L(t) + L\frac{di_L(t)}{dt} + v_C(t) \tag{14.6-2}$$

Recuerde esta propiedad de la transformada de Laplace de la tabla 14.2-2:

$$\frac{df}{dt} \leftrightarrow sF(s) - f(0^-)$$

Tome la transformada de Laplace de ambos lados de la ecuación 14.6-1 para obtener

$$I_L(s) = \frac{V_C(s)}{R_2} + C(V_C(s) - v_C(0-)) \tag{14.6-3}$$

Tome la transformada de Laplace de ambos lados de la ecuación 14.6-2 para obtener

$$V_i(s) = R_1 I_L(s) + L(I_L(s) - i_L(0-)) + V_C(s) \tag{14.6-4}$$

Sustituya la expresión $I_L(s)$ de la ecuación 14.6-3 en la ecuación 14-6-4 y simplifique para obtener

$$V_i(s) = \left(LCs^2 + \left(\frac{L}{R_2} + R_1 C\right)s + 1 + \frac{R_1}{R_2}\right)V_C(s) - (LCs + R_1 C)v_C(0-) - Li_L(0-) \tag{14.6-5}$$

Observamos que $v_i = 20$ V para $t > 20$, determinamos $V_i(s) = \mathscr{L}[20] = \frac{20}{s}$. Entonces, utilizando los valores dados de las condiciones iniciales y de los parámetros del circuito, obtenemos

$$\frac{20}{s} = (s^2 + 26s + 160)V_C(s) - (s+6)(2.5) - 2.5(0.5)$$

Despejamos $V_C(s)$ y resulta

$$V_C(s) = \frac{2.5s^2 + 65s + 800}{s(s^2 + 26s + 160)} = \frac{2.5s^2 + 65s + 800}{s(s+10)(s+16)}$$

Ejecutar una expansión de fracción parcial resulta

$$V_C(s) = \frac{2.5s^2 + 65s + 800}{s(s+10)(s+16)} = \frac{5}{s} + \frac{4.17}{s+16} - \frac{6.67}{s+10}$$

Tomar la transformada inversa de Laplace da

$$v_C(t) = 5 + 4.17e^{-16t} - 6.67e^{-10t}\ \text{V} \quad \text{para} \quad t > 0$$

Tabla de transforma de Laplace para diversos elementos

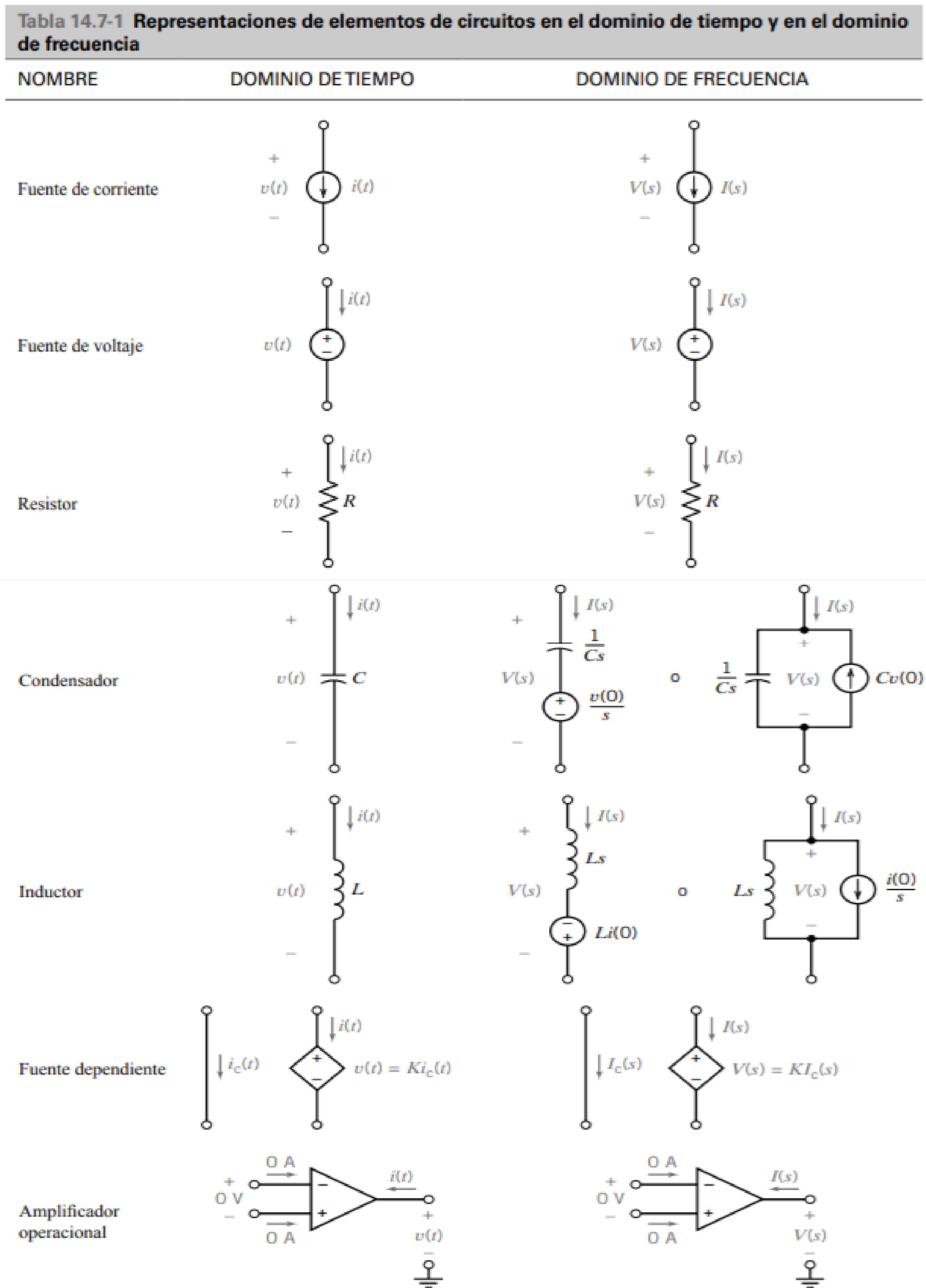



Figura No. 5 Transformada de Laplace de elementos de circuitos.

Ejemplo de circuitos con transformada de Laplace

Considere el circuito que se muestra en la figura 14.7-4. La entrada al circuito es el voltaje de la fuente de voltaje, 24 V. La salida de este circuito, el voltaje a través del condensador, está dada por

$$v_o(t) = 16 - 12e^{-0.6t}\text{ V} \quad \text{cuando} \quad t > 0 \tag{14.7-10}$$

Determine el valor de la capacitancia, $C$.

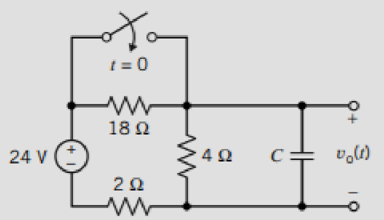



FIGURA 14.7-4 El circuito considerado en el ejemplo 14.7-1.

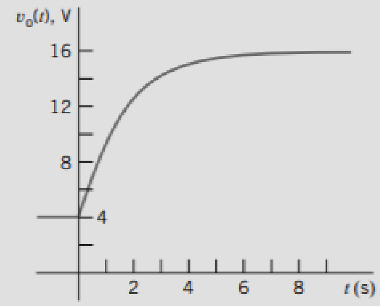



FIGURA 14.7-5 Voltaje del condensador, $v_s(t)$, a partir del circuito que se muestra en la figura 14.7-4.

## Solución

Antes de que se cierre el interruptor, el circuito se encontrará en estado estable. Como la única entrada a este circuito es el voltaje constante de la fuente de voltaje, todas las corrientes y voltajes de los elementos, entre ellos el voltaje del condensador, tendrán valores constantes. Cerrar el interruptor altera el circuito dejando fuera el resistor de 18-Ω. Al final, la perturbación desaparece y el circuito queda de nuevo en estado estable. Todas las corrientes y voltajes de elementos tendrán nuevamente valores constantes pero, es probable, valores constantes diferentes a los que tenían antes de que el interruptor se cerrara.

Durante la perturbación, los voltajes y corrientes de elementos no son constantes. Por ejemplo, la ecuación 14.7-10 describe el voltaje del condensador después de que se cierra el interruptor. Observe que hay dos partes para el voltaje del condensador. Una parte, $12e^{-0.6t}$, termina al incrementarse el valor de $t$. A esa parte se le llama parte transitoria de la respuesta, o solamente respuesta transitoria. La otra parte, 16, no desaparece y es la respuesta de estado estable. La suma de la respuesta transitoria y la respuesta de estado estable se denomina respuesta total. El voltaje de salida descrito por la ecuación 14.7-10 es una respuesta total de este circuito.

La figura 14.7-5 muestra un trazo del voltaje del condensador dado por la ecuación 14.7-10. Observe que el voltaje del condensador es continuo. Esto es lo que se esperaba porque, al no haber corrientes libres, el voltaje de un condensador debe ser continuo. En particular, el valor del voltaje del condensador inmediatamente después de que se cierre el interruptor es igual al valor inmediatamente antes de que se cierre el interruptor. De la figura 14.7-5, vemos que en tiempo $t = 0$, cuando el interruptor se cierra, el valor del voltaje del condensador es $v_o(0) = 4$ V.

¿Cómo afecta el valor de la capacitancia $C$ al voltaje del condensador? Para responder esta cuestión debemos analizar el circuito. Puesto que queremos determinar la respuesta total, analizaremos el circuito utilizando las transformadas de Laplace. La figura 14.7-6 muestra la representación del circuito en el dominio de frecuencia. El circuito cerrado está representado por un cortocircuito. Ese cortocircuito está conectado en paralelo con el resistor de 18-Ω. Un cortocircuito en paralelo con un resistor es equivalente a un cortocircuito, por lo que el circuito cerrado y el resistor de 18-Ω han sido reemplazados por un cortocircuito único. El modelo de dominio de frecuencia del condensador consta de dos partes, una impedancia y una fuente de voltaje. El voltaje de la fuente de voltaje depende de la condición inicial del condensador, es decir, de $v_o(0) = 4$ V.

Podemos analizar el circuito de la figura 14.7-6 escribiendo y resolviendo dos ecuaciones de enlaces.

Aplique la KVL al enlace izquierdo para obtener

$$4(I_1(s) - I_2(s)) + 2I_1(s) - \frac{24}{s} = 0$$

Despejar $I_1(s)$ resulta

$$I_1(s) = \frac{2}{3}I_2(s) + \frac{4}{s} \qquad (14.7\text{-}11)$$

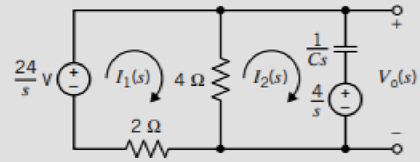



FIGURA 14.7-6 El circuito, representado en el dominio de frecuencia, utilizando la transformada de Laplace.

Aplique la KVL al enlace derecho para obtener

$$\frac{1}{Cs}I_2(s) + \frac{4}{s} - 4(I_1(s) - I_2(s)) = 0$$

Conjuntar los términos que impliquen $I_2(s)$ resulta

$$\left(\frac{1}{Cs} + 4\right)I_2(s) = -\frac{4}{s} + 4I_1(s)$$

Sustituir la expresión $I_1(s)$ de la ecuación 14.7-11 nos da

$$\left(\frac{1}{Cs} + 4\right)I_2(s) = -\frac{4}{s} + 4\left(\frac{2}{3}I_2(s) + \frac{4}{s}\right) = \frac{12}{s} + \frac{8}{3}I_2(s)$$

Conjuntar los términos que impliquen $I_2(s)$ resulta

$$\left(\frac{1}{Cs} + \frac{4}{3}\right)I_2(s) = \frac{12}{s}$$

Multiplique ambos lados de esta ecuación por $\frac{3}{4}s$ para obtener

$$\left(s + \frac{3}{4C}\right)I_2(s) = 9$$

Despejar $I_2(s)$ resulta

$$I_2(s) = \frac{9}{s + \frac{3}{4C}} \qquad (14.7\text{-}12)$$

Al referirnos a la figura 14.7-6 vemos que el voltaje del condensador está relacionado con la corriente de enlaces del enlace derecho por

$$V_o(s) = \frac{1}{Cs}I_2(s) + \frac{4}{s}$$

Sustituimos la expresión $I_2(s)$ de la ecuación 14.7-12, y nos da

$$V_o(s) = \left(\frac{1}{Cs}\right)\frac{9}{s + \frac{3}{4C}} + \frac{4}{s} = \frac{\frac{9}{C}}{s\left(s + \frac{3}{4C}\right)} + \frac{4}{s}$$

Efectuar una expansión de fracción parcial da por resultado

$$V_o(s) = \frac{12}{s} - \frac{12}{s + \dfrac{3}{4C}} + \frac{4}{s} = \frac{16}{s} - \frac{12}{s + \dfrac{3}{4C}} \tag{14.7-13}$$

Recuerde que $v_o(t)$ está dada en la ecuación 14.7-10. Si tomamos la transformada de Laplace de $v_o(t)$ nos da

$$V_o(s) = \mathscr{L}[v_o(t)] = \mathscr{L}\left[\left(16 - 12e^{-0.6t}\right)u(t)\right] = \frac{16}{s} - \frac{12}{s + 0.6} \tag{14.7-14}$$

Comparar las ecuaciones 14.7-13 y 14.7-14 muestra que

$$0.6 = \frac{3}{4C} \quad \Rightarrow \quad C = 1.25\,\text{F}$$

## Ejemplo 2 circuitos con transformada de Laplace

Considere el circuito que se muestra en la figura 14.7-10*a*. La entrada al circuito es el voltaje de la fuente de voltaje, 12 V. La salida de este circuito es la corriente en el inductor, $i_L(t)$. Determine la corriente en el inductor, $i_L(t)$, para $t > 0$.

### Solución

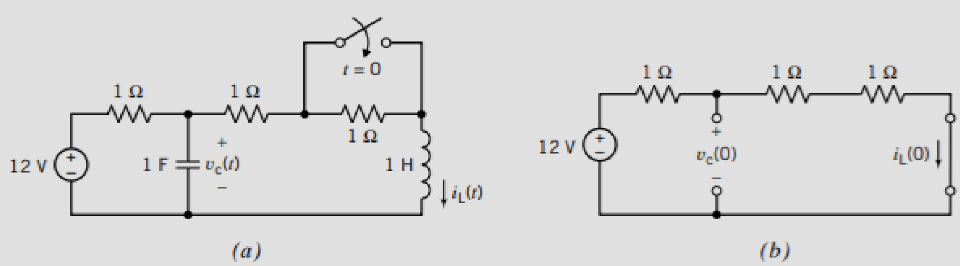
Escribamos y despejemos ecuaciones de enlaces. Los circuitos en serie que representan al condensador y al inductor en el dominio de frecuencia contienen fuentes de voltaje más que fuentes de corriente. Es más fácil encargarse de fuentes de voltaje que de fuentes de corriente cuando se escriben ecuaciones de enlaces, de modo que elegimos la representación en serie para el condensador y para el inductor. De la figura 14.7-10*b*, las condiciones iniciales son $v_c(0) = 8$ V, e $i_L(0) = 4$ A. La figura 14.7-11*b* muestra la representación en el dominio de frecuencia del circuito.

Las ecuaciones de corrientes de enlaces son

$$\left(1 + \frac{1}{s}\right) I_1(s) - \frac{1}{s} I_2(s) = \frac{12}{s} - \frac{8}{s}$$

y

$$-\frac{1}{s} I_1(s) + \left(1 + s + \frac{1}{s}\right) I_2(s) = 4 + \frac{8}{s}$$




Despejamos $I_2(s)$ y obtenemos

$$I_2(s) = \frac{4(s^2 + 3s + 3)}{s(s^2 + 2s + 2)}$$

La expansión de fracción parcial conveniente es

$$\frac{I_2(s)}{4} = \frac{s^2 + 3s + 3}{s(s^2 + 2s + 2)} = \frac{A}{s} + \frac{Bs + D}{s^2 + 2s + 2}$$

Entonces, determinamos que $A = 1.5$, $B = -0.5$ y $D = 0$. Entonces, podemos establecer

$$\frac{I_2(s)}{4} = \frac{1.5}{s} + \frac{-0.5s}{(s+1)^2 + 1}$$

Utilizando la tabla 14.2-1 de las transformadas de Laplace, obtenemos

$$i_L(t) = i_2(t) = \{6 + 2\sqrt{2}e^{-t}\,\text{sen}\,(t - 45°)\}\text{ A} \quad \text{para} \quad t > 0$$

Al comprobar el valor inicial de $i_2$ obtenemos $i_2(0) = i_L(0) = 4a$, lo cual comprueba el valor inicial correcto. El valor final es $i_2(\infty) = 6$ A.

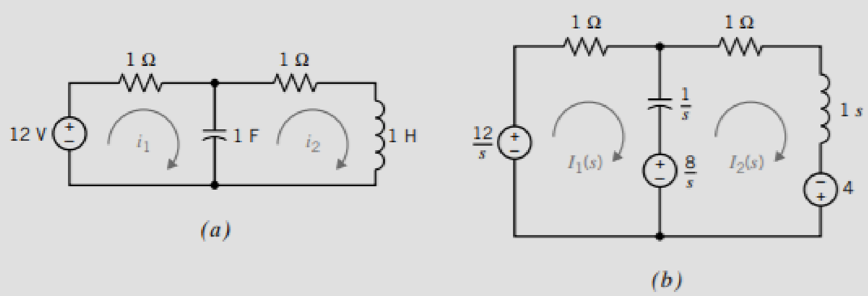
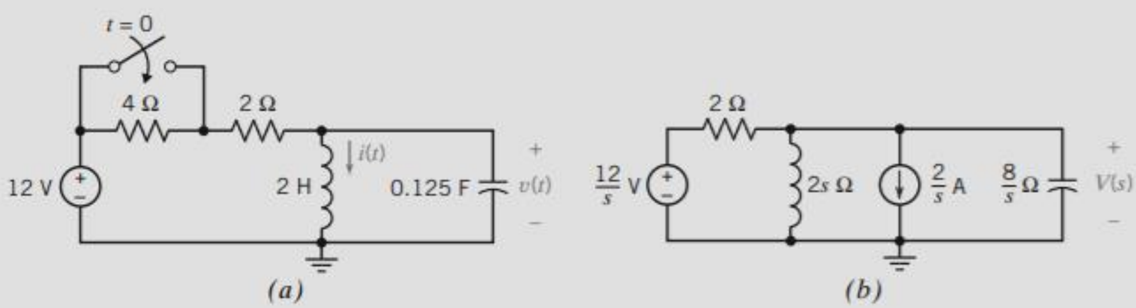



FIGURA 14.7-11 (*a*) Circuito con corrientes de enlaces. (*b*) Modelo de circuito de transformada de Laplace.

## 5. *Resuelva el siguiente ejercicio mediante transformada de Laplace:*

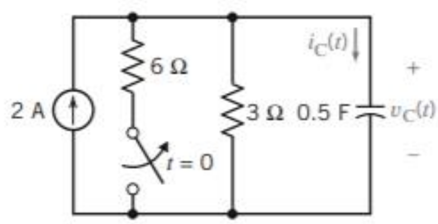
El interruptor en el circuito de la figura 14.7-12*a* se cierra en tiempo $t = 0$. Determine el voltaje $v(t)$ después de que se cierre el interruptor.



**6.** ***Resuelva el siguiente ejercicio mediante transformada de Laplace:***

Determine el voltaje $v_C(t)$ y la corriente $i_C(t)$ para $t \geq 0$ para el circuito de la figura E 14.7-1.
*Sugerencia:* $v_C(0) = 4$ V

*Respuesta:* $v_C(t) = (6 - 2e^{-0.67t})u(t)$ V y $i_C(t) = \frac{2}{3}e^{-0.67t}u(t)$ A




## 6.3 Cálculos (si aplica)

Agregue los cálculos necesarios.

## 4.- INFORME DE RESULTADOS

Los resultados de la práctica se presentarán en la "Tabla para registro de resultados" que compare los datos simulados, los datos calculados y los datos reales, si es el caso.

## 5.- CONCLUSIONES

Cada alumno de manera individual deberá presentar sus conclusiones con relación a la práctica desarrollada independientemente de que haya trabajado en equipo.

## 6.- ANEXOS

En caso de ser necesario o usted considere.

Anexo 1. Manejo y uso del software.

Anexo 2. Dibujo del circuito

Anexo 2. Circuito construido

## 7.- EVALUACIÓN DEL DESEMPEÑO

| No. | Concepto a evaluar en el alumno | Cumple | |
|---|---|---|---|
| | **Guía de Observación** | **Si** | **No** |
| **1** | Asiste puntualmente al laboratorio | | |
| **2** | Respeta el reglamento del laboratorio | | |
| **3** | Atiende las recomendaciones del docente | | |
| **4** | Participa activamente en la práctica | | |
| **5** | Guarda o entrega el material y equipo utilizado | | |
| | **Lista de Cotejo** | | |
| **6** | Entrega puntualmente el reporte de la práctica | | |
| **7** | El contenido del reporte está completo | | |
| **8** | Los resultados del reporte son correctos | | |
| **9** | Entrega resuelto el cuestionario de la práctica | | |
| **10** | Las conclusiones están relacionadas con el tema | | |

Cada concepto evaluado como Si, equivale a 10 puntos de la calificación de la práctica.

Calificación: 100

## 7.- REFERENCIAS

Robert L. Boylestad, Introducción al análisis de circuitos, Pearson Prentice Hall, Décima edición, 2004, México.

Richard C. Dorf - James A. Svoboda, Circuitos eléctricos: introducción al análisis y diseño, sexta edición, 2000.