

## Cálculo Integral - Actividad 8

Resolver los siguientes ejercicios de forma analítica y comprobar los resultados con Python.

### Método de Newton

Supongamos que deseamos aproximar la solución de  $f(x) = 0$  y también supongamos que tenemos una aproximación inicial a esta solución, es decir  $x_0$ . Esta aproximación inicial no es buena probablemente, de hecho podría ser una corazonada rápida, por lo que es mejor encontrar una mejor aproximación.

1. Reescribir la función en la forma  $f(x) = 0$ .
2. Establecer una estimación de  $x_0$  como una corazonada inicial (puede intentar graficar la función para obtener un estimado de  $x_0$ ). Calcular también  $f'(x)$ .
3. Si  $x_n$  es una aproximación de una solución de  $f(x) = 0$  y si  $f'(x_n) \neq 0$ , la siguiente aproximación es dada por:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

4. Si  $x_{n+1}$  y  $x_n$  están muy cerca en un cierto número de decimales, entonces  $x_{n+1}$  es la mejor aproximación de la raíz de la función  $f(x)$ .
5. En caso contrario, Se regresa al paso 3, y se recalcula  $x_{n+1}$ .

Use el método de Newton para aproximar la raíz de las siguientes funciones.

1. (20 puntos)  $\cos x = x$  cuya solución se encuentra en el intervalo  $[0, 2]$

| $n$ | $x_n$       | $f(x_n)$     | $f'(x_n)$    | $x_{n+1}$   |
|-----|-------------|--------------|--------------|-------------|
| 0   | 1.000000000 |              |              |             |
| 1   |             |              |              |             |
| 2   |             |              |              |             |
| 3   | 0.739085133 | -0.000000000 | -1.673612029 | 0.739085133 |

2. (20 puntos)  $f(x) = x^3 - 7x^2 + 8x - 3$  si  $x_0 = 5$

| $n$ | $x_n$       | $f(x_n)$      | $f'(x_n)$    | $x_{n+1}$   |
|-----|-------------|---------------|--------------|-------------|
| 0   | 5.000000000 | -13.000000000 | 13.000000000 | 6.000000000 |
| 1   |             |               |              |             |
| 2   |             |               |              |             |
| 3   |             |               |              |             |
| 4   |             |               |              |             |
| 5   |             |               |              |             |

3. (20 puntos)  $f(x) = x \cos(x) - x^2$  si  $x_0 = 1$

| $n$ | $x_n$       | $f(x_n)$     | $f'(x_n)$    | $x_{n+1}$   |
|-----|-------------|--------------|--------------|-------------|
| 0   |             |              |              |             |
| 1   |             |              |              |             |
| 2   | 0.744094398 | -0.006245054 | -1.256466702 | 0.739124068 |
| 3   |             |              |              |             |
| 4   |             |              |              |             |
| 5   |             | 0.000000000  |              |             |

4. (20 puntos)  $f(x) = x^4 - 5x^3 + 9x + 3$  cuya solución se encuentra en el intervalo  $[4, 6]$ .

| $n$ | $x_n$ | $f(x_n)$ | $f'(x_n)$ | $x_{n+1}$ |
|-----|-------|----------|-----------|-----------|
| 0   |       |          |           |           |
| 1   |       |          |           |           |
| 2   |       |          |           |           |
| 3   |       |          |           |           |
| 4   |       |          |           |           |

5. (20 puntos)  $f(x) = 2x^2 + 5 - e^x$  cuya solución se encuentra en el intervalo  $[3, 4]$ .

| $n$ | $x_n$ | $f(x_n)$     | $f'(x_n)$ | $x_{n+1}$ |
|-----|-------|--------------|-----------|-----------|
| 0   | 3.5   |              |           |           |
| 1   |       |              |           |           |
| 2   |       |              |           |           |
| 3   |       |              |           |           |
| 4   |       | -0.000000000 |           |           |